

فضای ویژگی متمایزکننده‌ی جنگنده از دکوی غیرفعال مبتنی بر تابع تبدیل هدف

محمد مهدی فرج الهی^۱، کارشناسی ارشد، نادعلی زارعی^۲، استادیار، محمد مهدی فریدونی^۳، استادیار

۱- دانشکده برق، جنگ الکترونیک و سایبری - دانشگاه جامع امام حسین (ع) - تهران - ایران - mahdifarajollahi@ihu.ac.ir

۲- دانشکده برق، جنگ الکترونیک و سایبری - دانشگاه جامع امام حسین (ع) - تهران - ایران - zareina@ihu.ac.ir

۳- دانشکده برق، جنگ الکترونیک و سایبری - دانشگاه جامع امام حسین (ع) - تهران - ایران - m_feraidooni@sbu.ac.ir

چکیده: هر هدف راداری به عنوان یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان، تابع تبدیل یکتایی دارد. تخمین این تابع تبدیل و به طور خاص قطب‌های آن در ناحیه‌ی تشدید اطلاعاتی پیرامون شکل، ابعاد و جنس هدف ارائه می‌دهد که مستقل از زاویه‌ی دید رادار، شکل موج ارسالی، قطبش و سرعت هدف است. تمایز میان دو جنگنده F16 و F22 و دو نوع دکوی غیرفعال هوایی که از مهم‌ترین اقدامات مقابله‌ای لحظه آخر در جنگ الکترونیک هواپایه هستند، هدف اصلی این مقاله است. تخمین پاسخ تشدید دریافتی از اهداف در حوزه‌ی زمان در نسبت سیگنال به نویز $SNR=13dB$ با روش شناسایی سیستم و بدون نیاز به جداسازی پاسخ دیررس از زودرس به دو صورت $RMSE^1$ تطبیقی و ثابت انجام شده و از جنبه‌های زمان پردازش و فضای ویژگی حاصله مقایسه شده‌اند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد حالت $RMSE$ تطبیقی نسبت به $RMSE$ ثابت گرچه نیازمند زمان پردازش بیشتری است؛ اما داده‌های حاصله از آن از دقت بالاتری برخوردار بوده و امکان پیشنهاد فضاهای ویژگی بیشتری را فراهم می‌آورد. فضاهای ویژگی پیشنهادی در این مقاله عبارت‌اند از فضای ویژگی دوبعدی الگوی قرارگیری قطب‌ها و صفرها در صفحه‌ی مختلط، فضای ویژگی دوبعدی تعداد قطب‌ها و میانگین اندازه‌ی قطب‌ها، فضای ویژگی دوبعدی تعداد قطب‌ها و تعداد صفرها و فضای ویژگی توزیع اندازه‌ی قطب‌ها.

واژه‌های کلیدی: شناسایی هدف، شناسایی سیستم، تابع تبدیل، دکوی غیرفعال هوایی

Feature Space Discriminating Fighter from Passive Decoy Based on Target Transfer Function

Mohammad mahdi farajollahi, Master's degree ¹, Nadali zareei, Assistant professor ², Mohammad mahdi feraidooni, Assistant professor ³

1- Faculty of Electricity, Electronic and Cyber Warfare, Imam Hossein University, Tehran Iran, Email: mahdifarajollahi@ihu.ac.ir

2- Faculty of Electricity, Electronic and Cyber Warfare, Imam Hossein University, Tehran Iran, Email: zareina@ihu.ac.ir

3- Faculty of Electricity, Electronic and Cyber Warfare, Imam Hossein University, Tehran Iran, Email: m_feraidooni@sbu.ac.ir

Abstract: Any radar target, as an LTI system, has a unique transformation function. The estimation of this transfer function, and specifically its poles in the resonance region, provides information about the shape, dimensions, and material of the target that is independent of the radar's aspect angle, transmitted waveform, polarization, and target velocity and motion. The ultimate goal of this article is to distinguish between the two fighter jets, the F16 and the F22, and the two types of aerial passive decoys, which are among the most important end game countermeasures. The estimation of the received resonant response from targets in the time domain at the minimum SNR of the processing block, i.e. $SNR=13dB$, was performed by the system identification method without the need to separate the late time response from the early one in two ways: adaptive and constant RMSE, and was compared in terms of processing time and resulting feature spaces. The results show that although the adaptive RMSE mode requires more processing time than the constant RMSE, the data obtained from it has higher accuracy and will allow for the suggestion of more feature spaces. The feature spaces proposed in this paper include the two-dimensional feature space of the pattern of poles and zeros in the complex plane, the two-dimensional feature space of the number of poles and the poles absolute mean, the two-dimensional feature space of the number of poles and the number of zeros, and the feature space of poles absolute distribution.

Keywords: target identification, system identification, transfer function, aerial passive decoy

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۱۸

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۱۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۶/۱۵

نام نویسنده مسئول: نادعلی زارعی

نشانی نویسنده مسئول: تهران - دانشگاه جامع امام حسین (ع) - دانشکده‌ی برق، جنگ الکترونیک و سایبری - گروه جنگ الکترونیک.

۱- مقدمه

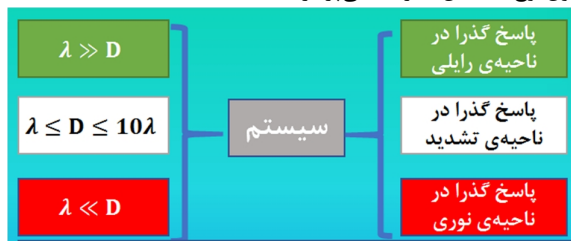
جنگنده از دکوی در کمترین نسبت SNR موجود در بلوک پردازش است که برابر 13dB است.

۱-۱- دکوی غیرفعال هوایی

هنگامی که یک هواپیمای جنگنده توسط سر جستجوگر راداری موشک و یا رادار تحت تعقیب قرار می‌گیرد، از چف و دکوی به عنوان طعمه برای شکستن قفل رادار و فریب آن‌ها بهره می‌برد. دکوی‌ها خود به دو نوع فعال و غیرفعال دسته بندی می‌شوند. دکوی‌های غیر فعال هوایی سعی دارند به عنوان یک اقدام مقابله‌ای لحظه آخری، سطح مقطع راداری بزرگی از خود به نمایش گذارند تا رادار و یا جستجوگر موشک در تصمیم‌گیری و شناسایی جنگنده از دکوی دچار خطا شوند. طراحی این نوع دکوی‌ها به نحوی است که در ابعاد بسیار کوچک نسبت به هواپیمای جنگنده، سطح مقطع راداری به اندازه‌ی آن و یا بزرگتر از آن از خود ارائه دهند. اما این ویژگی در چف هم وجود دارد اما وجه تمایز و برتری دکوی غیر فعال هوایی این است که چف تنها قادر است سیگنال تابشی از سمت رادار را به سمت خودش برگرداند و تنها سطح مقطع راداری بزرگی از خود نمایش دهد اما دکوی غیر فعال هوایی این امکان را دارد که خصوصیات پروازی مشابه به جنگنده از خود به نمایش بگذارد. برای مثال در حالتی که از دکوی غیر فعال در حالت کششی استفاده شود، سرعت دکوی و جنگنده یکسان است و امکان تمایز سخت است. همچنین طراحی این دکوی‌ها به نحوی است که شکل حرکتی آن‌ها نیز حتی امکان مشابه جنگنده باشد. البته دکوی‌های غیر فعال به صورت مصرفی یعنی غیر کششی نیز قابل استفاده هستند که هر یک از این دو روش بهره برداری با توجه به شرایط صحنه‌ی نبرد انتخاب می‌شوند. نکته‌ی حائز اهمیت دیگر مزیت دکوی‌های غیر فعال نسبت به دکوی‌های فعال است. دکوی‌های غیر فعال نسبت به دکوی‌های فعال به دلیل عدم نیاز به منبع تغذیه نه در حالت مصرفی نیاز به باتری داشته و لذا نه در حالت کششی نیاز به کابل گران قیمت برای تغذیه دارند و لذا امکان حضور طولانی مدت در میدان درگیری را دارا هستند. آن‌ها در مقایسه با دکوی‌های فعال روند ساخت آسان‌تر و بسیار مقرون به صرفه‌تری دارند. روش استفاده از آن‌ها بسیار ساده است و در نهایت هزینه‌ی نگهداری آن‌ها نیز ناچیز است [۱]. تا کنون در هیچ مقاله‌ای به پیشنهاد فضای ویژگی برای تمایز جنگنده از دکوی غیر فعال هوایی پرداخته نشده است و لذا قصد داریم در این مقاله به این مهم بپردازیم. البته مسئله‌ی استفاده از دکوی غیر فعال تنها منحصر به بحث صحنه‌ی نبرد هوایی نبوده و در محیط دریا نیز بسیار کاربردی است. لذا شناسایی و پیشنهاد فضای ویژگی برای تمایز هدف اصلی از دکوی غیر فعال از مسائل و دغدغه‌های جدی در نبردهای امروزی است. برای مثال [۲] به بررسی ویژگی‌های پراکندگی دکوی‌های غیر فعال دریایی پرداخته و سپس با ارائه فضاهای ویژگی موجود برای شناسایی کشتی از دکوی غیر فعال دریایی پرداخته است. با توجه به موارد مذکور پژوهش پیرامون دکوی‌های غیر فعال هوایی باید بیش از پیش مورد توجه پژوهشگران قرار گیرد. هدف غایی این مقاله پیشنهاد فضای ویژگی برای تمایز

۲-۱- روش گسترش تکینگی

توانمندی رادارها در کشف، طبقه‌بندی و شناسایی اهداف با دقت بالا از گذشته تا کنون امری پرچالش بوده است [۳]. بسته به اندازه‌ی طول موج سیگنال تحریک ارسالی به سمت هدف، سیگنال بازگشتی یا همان پاسخ گذرای هدف در یکی از سه ناحیه‌ی رایلی، تشدید و یا نوری قرار می‌گیرد. شکل ۱ به بیان ارتباط بین ناحیه‌ی پاسخ گذرای دریافتی و طول موج سیگنال تحریک می‌پردازد.



شکل ۱: ارتباط بین ناحیه‌ی قرارگیری پاسخ گذرای دریافتی از هدف و طول موج سیگنال تحریک

به نحوی که λ همان طول موج سیگنال تحریک و D ابعاد هدف است. در این تحقیق، تمرکز ما بر روی ناحیه تشدید است. پاسخ گذرا در ناحیه تشدید را پاسخ طبیعی یا پاسخ تشدید نیز می‌نامند. زیرا هنگامی که سیگنال تحریک در ناحیه تشدید قرار دارد، یعنی سیگنال تحریک ارسالی شامل فرکانس‌های طبیعی یا همان فرکانس‌های تشدید هدف است. هدف نیز به عنوان یک سیستم به سیگنالی که شامل فرکانس‌های طبیعی یا همان فرکانس تشدید است، پاسخ گذرا در ناحیه تشدید خواهد داد که به اختصار به آن پاسخ شدید یا پاسخ طبیعی می‌گویند. در رادارهای موج سطحی فرکانس بالا ($HFSWR^2$)، اهداف هوایی همچون هواپیمای جنگنده در ناحیه تشدید قرار می‌گیرند [۴]. سیگنال بازگشتی از اهداف هوایی در این رادارها مطابق شکل‌های ۲ الی ۴ متشکل از دو قسمت است. این دو قسمت عبارتند از: ۱. مولفه‌ی ناشی از بازتاب مستقیم یا همان پاسخ زودرس و ۲. مولفه‌ی ناشی از امواج خزنده‌ی سطحی یا همان پاسخ دیررس [۵]. در سال ۱۹۷۱ پروفیسور کارل ادوارد باوم^۳ روش گسترش تکینگی (SEM^4) را پیشنهاد داد [۶]. مطابق این روش اگر یک هدف را به عنوان یک سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان در نظر بگیریم، می‌توان برای آن هدف یک تابع تبدیل در نظر گرفت. اگر این تابع تبدیل به صورت باند محدود و صرفاً در ناحیه تشدید محاسبه و تخمین زده شود، قطب‌های آن وابسته به شکل، ابعاد و جنس هدف بوده و مستقل از شکل موج، قطبش، زاویه‌ی دید و سرعت و حرکت هدف است [۴، ۷، ۸]. به این قطب‌ها تشدیدهای طبیعی مختلط نیز می‌گویند.

چهارم می‌توان [۱۲، ۱۱] را نام برد. از جمله مقالات دسته‌ی اول نیز می‌توان به [۵، ۱۳-۱۶] اشاره نمود که به جدا سازی پاسخ دیررس در حوزه‌ی زمان می‌پردازند. مقالات دسته‌ی دوم نیز همان طور که پیش‌تر بیان شد یا در حوزه‌ی زمان به استخراج تشدیدهای طبیعی مختلط می‌پردازند که برای نمونه می‌توان به [۱۷-۲۱] مبتنی بر مدل AR و [۲۲، ۲۳] مبتنی بر مدل ARMA در حوزه‌ی زمان اشاره نمود و یا مقالاتی که در حوزه‌ی فرکانس به این مهم می‌پردازند همچون [۸، ۲۴] که از مدل ARMA بهره می‌برند و نیازی به جدا سازی پاسخ دیررس از زودرس ندارند. مقالات دسته‌ی سوم نیز یا مانند [۴، ۲۵-۲۷] در حوزه‌ی فرکانس با مدل ARMA و یا مانند [۲۸] در حوزه‌ی زمان با مدل AR به گسترش کتابخانه و پیشنهاد فضای ویژگی می‌پردازند. این مقاله نیز در مقالات دسته‌ی سوم قرار می‌گیرد و به منظور بهره‌مندی هم‌زمان از مزایای روش‌های حوزه‌ی زمان و حوزه‌ی فرکانس از روش شناسایی سیستم که روشی مبتنی بر مدل ARMA است به همراه معیار RMSE تطبیقی و ثابت در حوزه‌ی زمان استفاده می‌نماید. در بخش ۲ به بیان روش شناسایی سیستم در حوزه‌ی زمان، در بخش ۳ به ارائه‌ی نتایج به دست آمده در شبیه‌سازی‌ها و در پایان در بخش ۴ به جمع بندی مطالب ارائه شده پرداخته شده است.

۲- روش تحقیق

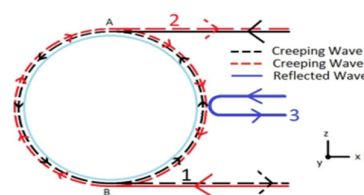
سیگنال بازگشتی از هدف در ناحیه‌ی تشدید به صورت رابطه‌ی (۱) در نظر گرفته می‌شود [۱۴]:

$$Y = Y_{early} + Y_{late} + \varepsilon_n \quad (1)$$

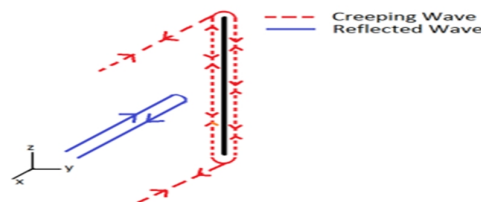
به نحوی که Y پاسخ دریافتی از هدف، Y_{early} پاسخ زودرس هدف، Y_{late} پاسخ دیررس هدف و ε_n نیز نشان دهنده‌ی نویز است. برای مدل کردن، فرض بر این است که سیگنال تحریک $(X(n))$ و سیگنال پاسخ دریافتی از هدف $(Y(n))$ توسط یک رابطه‌ی ARMA مانند (۲) به هم مرتبط می‌شوند [۲۲، ۲۳].

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_K z^{-K}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_L z^{-L}} \quad (2)$$

در واقع a_i ها ضرایب مرتبط با قطب‌های تابع تبدیل و b_i ها ضرایب مرتبط با صفرهای تابع تبدیل هستند. مرتبه‌ی صورت کسر تابع تبدیل K و مرتبه‌ی مخرج کسر تابع تبدیل برابر L است. در ابتدا باید ضرایب a_i و b_i را از روی سری‌های زمانی سیگنال نمونه برداری شده‌ی تحریک $(X(n))$ و پاسخ نمونه برداری شده از هدف $(Y(n))$ محاسبه نمود. سپس معادله‌ی ماتریسی (۳) را ایجاد می‌نماییم. فرض می‌کنیم تعداد درایه‌های $(X(n))$ برابر M و تعداد درایه‌های $(Y(n))$ نیز برابر N است. دو حالت وجود دارد یا $M = N$ است و یا $M \neq N$. اگر $M = N$ باشد که شرایط ایده آل است اما اگر $M \neq N$ باشد، باید کاری کنیم که $M = N$ شود. بدین منظور به انتهای برداری که تعداد درایه‌ی آن کم‌تر است صفر اضافه می‌نماییم تا تعداد درایه‌ها برابر شود. سپس معادله‌ی ماتریسی (۳) را ایجاد می‌نماییم [۲۲].



شکل ۲: بازتاب آینه‌ای و امواج خزنده‌ی سطحی از اجسام کروی و استوانه‌ای [۵، ۹]



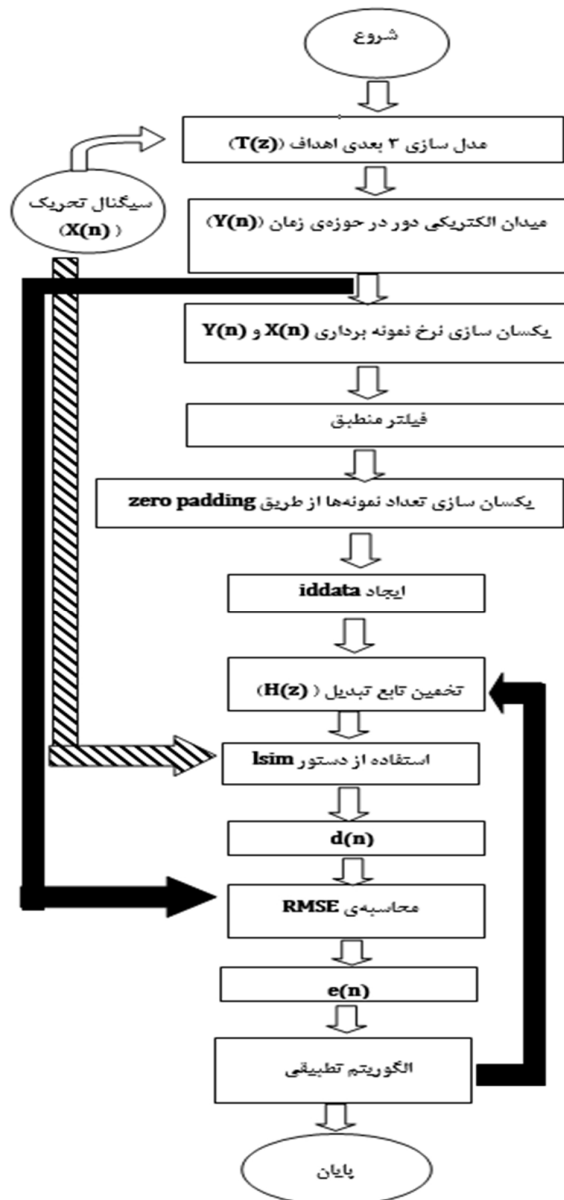
شکل ۳: بازتاب آینه‌ای و امواج خزنده‌ی سطحی از یک سیم [۹]



شکل ۴: بازتاب آینه‌ای و برگشتی امواج خزنده از سطوح استوانه‌ای یا کروی شکل دماغه و بدنه‌ی هواپیما

این تشدیدهای طبیعی مختلط در قسمت دیررس پاسخ گذرای هدف قرار دارند لذا یکی از نکات توجه به جدا سازی پاسخ دیررس از زودرس است. پژوهش‌ها پیرامون تخمین تشدیدهای طبیعی مختلط از دو جهت قابل تقسیم بندی هستند: ۱. حوزه‌ی کاری که مشتمل بر حوزه‌ی زمان و حوزه‌ی فرکانس است. ۲. نوع فعالیت انجام شده که شامل ۱. پیشنهاد روش برای جدا سازی پاسخ دیررس از زودرس، ۲. پیشنهاد روش برای تخمین تابع تبدیل مبتنی بر مدل AR^a یا $ARMA^b$ ، ۳. ایجاد کتابخانه از اهداف مختلف و پیشنهاد فضای ویژگی و ۴. مقایسه‌ی روش‌ها و فضاها ارائه شده از نظر زمان پردازش، پیچیدگی محاسباتی، خطای تخمین و ... است. برای نمونه [۱۰] که از مقالات دسته‌ی چهارم است از جمله مقالاتی است که به مقایسه‌ی برخی روش‌های تخمین تشدیدهای طبیعی مختلط از جمله روش پرونی^۷، مداد ماتریس^۸، کوشی^۹ و VCM^{10} پرداخته است. طبق [۱۰] روش‌های حوزه‌ی زمان مانند پرونی و مداد ماتریس که مبتنی بر مدل AR هستند، عملکرد زمانی بهتری نسبت به روش‌های حوزه‌ی فرکانس مانند کوشی و VCM که مبتنی بر مدل ARMA هستند دارند. به طور خاص روش مداد ماتریس با داشتن بالاترین ضریب R^2 و زمان اجرایی مطلوب در سناریوهای عملی، بازسازی سیگنال خوبی را به نمایش می‌گذارد اما بر خلاف روش‌های حوزه‌ی فرکانس مبتنی بر مدل ARMA از مشکل تعداد نمونه‌ها و جدا سازی پاسخ دیررس رنج می‌برد. از دیگر نمونه‌های مقالات دسته‌ی

مخرج در (۷) می‌توان قطب‌ها و صفرها را در حوزه‌ی لاپلاس محاسبه نمود [۲۳]. برای تعیین تعداد قطب‌ها و صفرهای هر هدف و دقت تخمین از معیار RMSE تطبیقی و ثابت استفاده نموده‌ایم. روند اجرای پروژه مطابق شکل ۵ است.



شکل ۵: بلوک دیاگرام روند استخراج تابع تبدیل

در این ساختار $T(z)$ همان جنگنده و دکوی غیرفعال هوایی است که قصد مدل‌سازی آن را داریم. $H(z)$ نیز تابع تبدیل تخمین زده شده برای سیستم تحت شناسایی است. $d(n)$ نیز پاسخ تابع تبدیل تخمینی به ورودی سیگنال تحریک و $e(n)$ نیز RMSE میان پاسخ تشدید دریافتی از هدف و پاسخ دریافتی از تابع تبدیل تخمین زده شده است. وظیفه‌ی بلوک الگوریتم تطبیقی این است که تعیین کند پس از محاسبه‌ی $e(n)$ در هر مرحله، آیا باید به کار خاتمه دهیم یا این که امکان دستیابی به پاسخی منطبق‌تر در مرحله بعد وجود دارد؟

$$\begin{bmatrix} Y(2) & \dots & Y(l+1) & X(1) & \dots & X(K+1) \\ Y(3) & \dots & Y(l+2) & X(2) & \dots & X(K+2) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y(N-L+1) & \dots & Y(N) & X(N-L) & \dots & X(N-L+K) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (K+L+1)} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_L \\ b_0 \\ \vdots \\ b_K \end{bmatrix}_{(L+K+1) \times 1} = \begin{bmatrix} Y(1) \\ Y(2) \\ \vdots \\ Y(N-L) \end{bmatrix}_{(N-L) \times 1}$$

رابطه‌ی (۳) را می‌توان به صورت (۴) نیز نمایش داد [۲۲]:

$$[D_{YX}] \begin{bmatrix} a \\ \dots \\ b \end{bmatrix} = Y \quad (4)$$

اگر معادله‌ای به صورت $AX \approx B$ داشته باشیم به نحوی که امکان معکوس‌سازی ماتریس A وجود نداشته باشد، برای حل آن می‌توانیم از روش حداقل مربعات 11 یا حداقل مربعات کل 12 استفاده نماییم. در روش حداقل مربعات با استفاده از رابطه‌ی (۵) می‌توانیم X_{LS} را محاسبه نماییم [۱۷].

$$X_{LS} = (A^H A)^{-1} A^H B = A^+ B \quad (5)$$

به نحوی که H نمایانگر هرمیشین 13 و $(+)$ نمایانگر عملگر ماتریس شبیه معکوس مور - پنروز 14 است. یعنی رابطه‌ی (۴) را بر اساس (۵) می‌توان به شکل (۶) نمایش داد [۲۲]

$$\begin{bmatrix} a \\ \dots \\ b \end{bmatrix} = [D_{YX}]^+ Y \quad (6)$$

پس از محاسبه‌ی ضرایب چند جمله‌ای‌های صورت و مخرج، می‌توانیم ریشه‌های صورت و مخرج را با مساوی صفر قرار دادن چند جمله‌ای‌های صورت و مخرج به دست آوریم. سپس با قرار دادن ریشه‌های صورت و مخرج در (۷) می‌توان قطب‌ها و صفرها را در حوزه‌ی لاپلاس محاسبه نمود [۱۷، ۲۲، ۲۳].

$$s_k = \frac{1}{T_s} \ln(Z_k) \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (7)$$

حال اگر بخواهیم معادله‌ی (۴) را با روش حداقل مربعات کل حل نماییم باید ابتدا ماتریس W را ایجاد نماییم [۱۷].

$$W = [D_{YX}; Y] \quad (8)$$

سپس در (۹) تجزیه‌ی مقادیر تکین W را انجام می‌دهیم [۱۷].

$$[\sim, \sim, V] = \text{SVD}(W) \quad (9)$$

سپس در (۱۰) ابعاد ماتریس $[D_{YX}]$ را محاسبه می‌کنیم [۱۷].

$$[\sim, nn] = \text{size}([D_{YX}]) \quad (10)$$

حال V_{YY} و V_{XY} را محاسبه می‌نماییم [۱۷]:

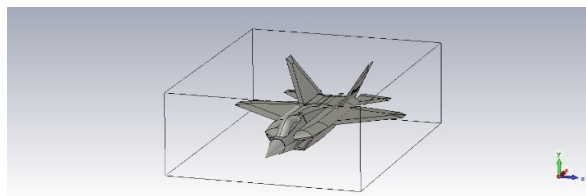
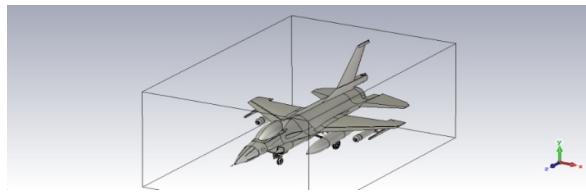
$$v_{xy} = v(1:nn, 1+nn:end) \quad (11)$$

$$v_{yy} = v(1+nn:end, 1+nn:end) \quad (12)$$

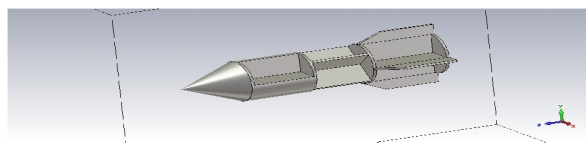
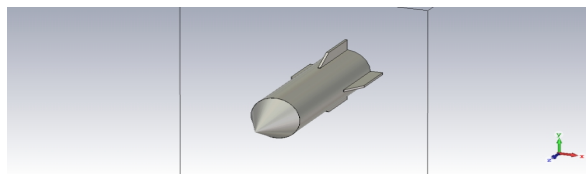
لازم به ذکر است همان‌طور که پیش‌تر بیان شد برای استفاده از روش حداقل مربعات کل لازم است $V_{YY} \neq 0$ باشد. اینک با استفاده از (۱۳) بردار ضرایب چند جمله‌ای‌های صورت و مخرج را محاسبه می‌نماییم [۱۷].

$$\begin{bmatrix} a \\ \dots \\ b \end{bmatrix} = \frac{-V_{XY}}{V_{YY}} \quad (13)$$

پس از محاسبه‌ی ضرایب چند جمله‌ای‌های صورت و مخرج، می‌توانیم ریشه‌های صورت و مخرج را با مساوی صفر قراردادن چند جمله‌ای‌های صورت و مخرج به دست آوریم. سپس با قراردادن ریشه‌های صورت و

شکل ۸: جنگنده‌ی F22 با مقیاس یک هزارم از جنس PEC^{۲۰}

شکل ۹: جنگنده‌ی F16 با مقیاس یک هزارم از جنس PEC

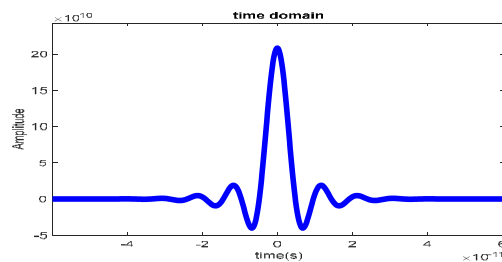
شکل ۱۰: دکوی ۱ با مقیاس یک هزارم از جنس PEC^[۱]شکل ۱۱: دکوی ۲ با مقیاس یک هزارم از جنس PEC^[۱]

در این تحقیق از مدل‌های کوچک‌شده‌ی اهداف با مقیاس یک هزارم ابعاد واقعی استفاده شده است تا تعداد مش‌ها کمتر شده و امکان شبیه‌سازی فراهم شود. در غیر این صورت با هزاران میلیارد مش مواجه هستیم که انجام شبیه‌سازی را غیرممکن می‌کند؛ لذا دکوی‌های ساخته شده نیز که طبق [۱] دارای قطر برابر ۳۰cm طول ۹۰cm هستند با عنایت به مقیاس یک هزارم دارای قطر برابر ۳۰mm طول ۹۰mm هستند. جنس ماده‌ی سازنده‌ی اهداف نیز در این تحقیق PEC گرفته شده است. حال نوبت به شبیه‌سازی میدان الکتریکی دور اهداف در حوزه‌ی زمان است. همان‌طور که در فصول گذشته بیان شد برای شناسایی هدف با استفاده از تشدیدهای طبیعی مختلط لازم است طول موج سیگنال تحریک ارسالی به نحوی انتخاب شود که در ناحیه‌ی تشدید قرار گیریم لذا بازه‌ی فرکانسی مورد استفاده از ۸۰GHz تا ۸۰,۱GHz بوده که معادل ۸۰MHz تا ۸۰,۱MHz در هنگام استفاده از ابعاد واقعی اهداف است. البته لازم به ذکر است به دلیل این که سیستم‌های راداری به دنبال کشف هدف اصلی هستند لذا بازه‌ی فرکانسی مورد استفاده باید به نحوی تعیین شود که هواپیمای جنگنده در منطقه‌ی تشدید قرار گیرد. با عنایت به بزرگی ابعاد هواپیمای جنگنده در مقایسه با دکوی غیر فعال هوایی، دکوی غیر فعال هوایی وارد ناحیه‌ی تشدید نخواهد شد. حال با استفاده از روش شناسایی سیستم اقدام به تخمین توابع

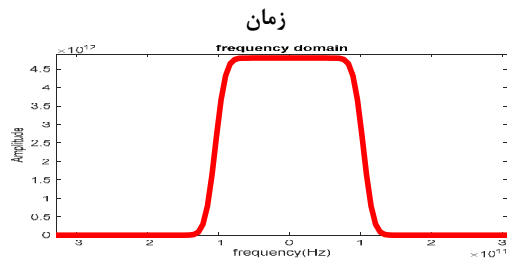
۳- نتایج و بحث

۳-۱- پالس تحریک

در عمل انتخاب پالس‌ها به عوامل زیادی وابسته است. راندمان تابش و شکل طیف دو مورد از نگرانی‌های اصلی است. از آن جایی که سیگنال فراپهن باند ارسالی به طور معمول یک سیگنال باند پایه است، برای تشعشع مؤثر، پالس اصلی نباید دارای مؤلفه‌ی جریان مستقیم باشد [۷]. علاوه بر این، برای به حداکثر رساندن توان تابشی مطابق محدودیت‌های کمسیون ارتباطات فدرال، پالس باید دارای طیف مسطح بر روی پهنای باند مورد نظر باشد. در میان پالس‌های با تعاریف معین ریاضی، پالس‌هایی که معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرند شامل مونو سایکل‌های گوسی^{۱۵}، دوبلت گوسی^{۱۶}، مونو سایکل‌های رایلی^{۱۷} و مونو سایکل‌های منچستر^{۱۸} است [۲۹]. در این تحقیق از موج صفحه‌ای برای سیگنال تحریک استفاده خواهد شد. اگرچه ممکن است از هر شکل موج زمانی‌ای استفاده شود، اما سیگنال ضربه به صورت موج صفحه‌ای شاید مفیدترین باشد. با این حال، به دست آوردن یک پاسخ ضربه‌ی ایده آل غیر عملی است زیرا طیف فرکانس آن از صفر تا بی نهایت گسترش می‌یابد. از این رو، برای تحریک، مطابق شکل‌های ۶ و ۷ یک پالس گوسی با کاهش سریع به یک مقدار ناچیز در هر دو حوزه زمان و فرکانس در نظر گرفته شده است. این نوع پالس به طور مؤثری باند محدود و برای محاسبات عددی مناسب است [۷].



شکل ۶: سیگنال دوبلت گوسی مورد استفاده برای تحریک در حوزه‌ی

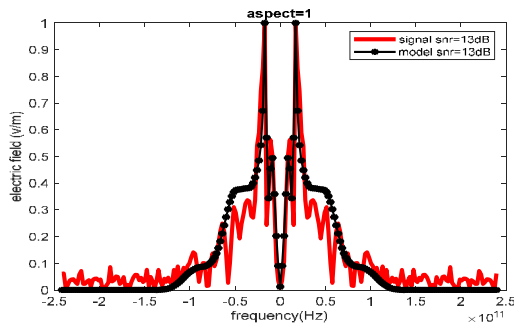


شکل ۷: سیگنال دوبلت گوسی مورد استفاده برای تحریک در حوزه‌ی

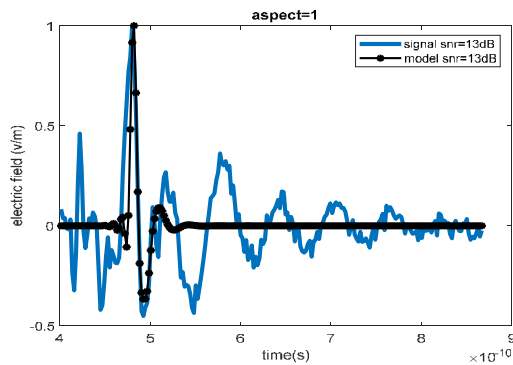
فرکانس

۳-۲- نتایج شبیه‌سازی

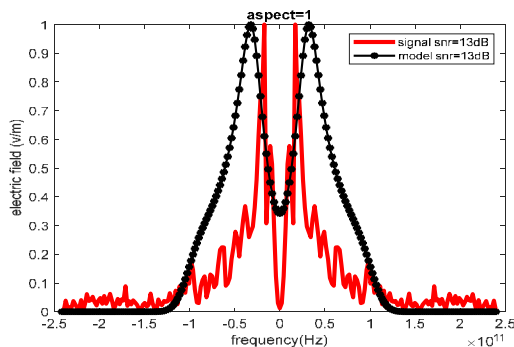
ابتدا مطابق با ساختار فیزیکی هدف و دکوی غیرفعال هوایی، مدل آن‌ها به طور دقیق ایجاد و مش‌بندی می‌شوند. این کار در نرم‌افزار Solidworks و CST^{۱۹} انجام شده است. در اشکال ۸ الی ۱۱ تصاویر مدل‌های اهداف مورد استفاده در این تحقیق نمایش داده شده است.



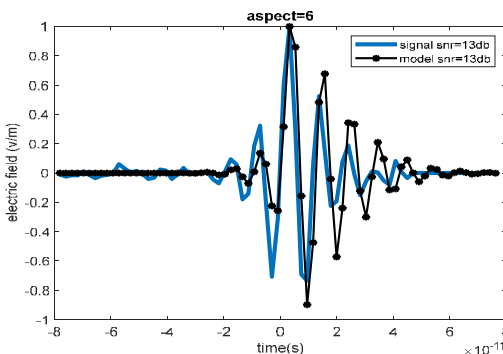
شکل ۱۳: سیگنال دریافتی از سمت جلوی جنگنده F22 در حوزه فرکانس به صورت RMSE تطبیقی



شکل ۱۴: سیگنال دریافتی از سمت جلوی جنگنده F22 در حوزه زمان به صورت RMSE ثابت

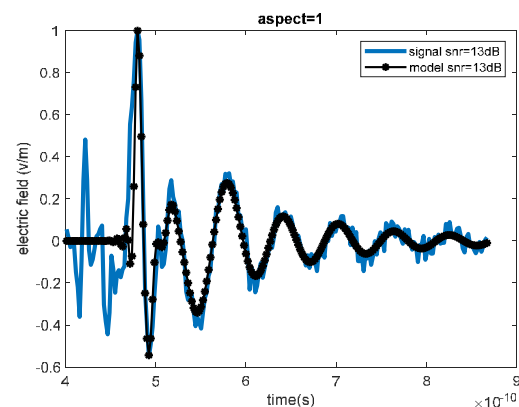


شکل ۱۵: سیگنال دریافتی از سمت جلوی جنگنده F22 در حوزه فرکانس به صورت RMSE ثابت

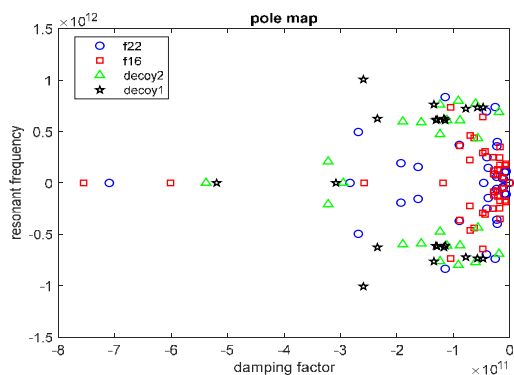


شکل ۱۶: سیگنال دریافتی از سمت پایین دکوی ۱ در حوزه زمان به صورت RMSE تطبیقی

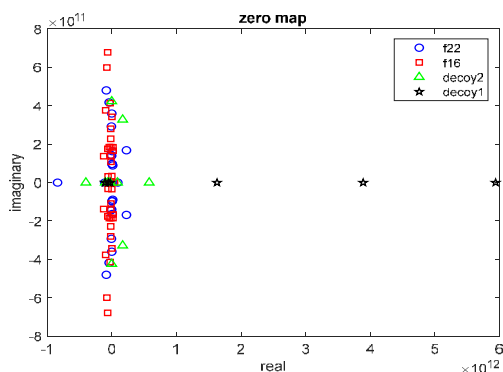
تبدیل اهداف مد نظر نموده و سپس صفرها و قطبهای توابع تبدیل را محاسبه می‌نمایم. اکنون می‌توانیم با استفاده از ویژگی‌های متمایز کننده‌ی مربوط به صفرها و قطبهای هدف و دکوی غیر فعال هوایی، آن دو را از یکدیگر در $SNR=13dB$ متمایز نمایم. نکته‌ی مهم در این مرحله استفاده از معیار خطای RMSE تطبیقی یا ثابت است. این معیار در تعیین تعداد مطلوب قطبها و صفرها کمک خواهد نمود. در روش ARMA مزیت اصلی این است که نیازی به جدا سازی پاسخ دیررس از زودرس نبوده و بهره گیری از روش حداقل مربعات کل نیز در بهبود عملکرد در حضور نویز کمک به سزایی خواهد نمود. هر قطب، باقی مانده‌ی مربوط به خود را دارد. قطبها مستقل از زاویه‌ی دید اما باقی مانده‌ها به زاویه‌ی دید وابسته هستند با عنایت به این که تعداد قطبها می‌تواند بسیار زیاد باشد و ما برای تخمین رفتار پاسخ دریافتی از هدف از قطبهای غالب استفاده می‌نماییم. در صورتی که در حالت نظری منظور تمامی قطبها است. به عبارت دیگر با توجه به این که باقی مانده‌ها وابسته به زاویه‌ی دید هستند سبب می‌شوند که در زوایای مختلف قطبهای مختلفی حالت غالب داشته باشند. یعنی ممکن است در یک زاویه قطبهای غالب ما با قطبهای غالب در زاویه‌ی دیگر متفاوت باشند اما این بدان معنی نیست که قطبهایی که در آن زاویه وجود داشت در زاویه‌ی دیگر وجود ندارد بلکه بدین معنی است که قطبهای غالب آن زاویه در زاویه‌ی دیگر حالت غیر غالب داشته و تخمین گر از آنها صرف نظر می‌نماید [۶]. به همین خاطر در عمل برای دستیابی به ویژگی مستقل از زاویه‌ی دید بودن نیاز است که از زوایای مختلف به هدف تابش انجام شود و قطبها در زوایای مختلف به دست آمده و در کتابخانه‌ی مرجع ذخیره شود. در غیر این صورت امکان هشدار غلط در طی فرایند شناسایی و طبقه بندی بالا خواهد بود. در این قسمت به مقایسه‌ی هدف و دکوی غیر فعال هوایی در $SNR=13dB$ می‌پردازیم. مطابق شکل‌های ۱۲ الی ۱۹ میدان الکتریکی دور دریافتی از جنگنده F22 و دکوی ۱ در یکی از ۶ جهت جلو، عقب، چپ، راست، بالا و پایین به صورت RMSE تطبیقی و ثابت تخمین زده و نمایش داده شده است.



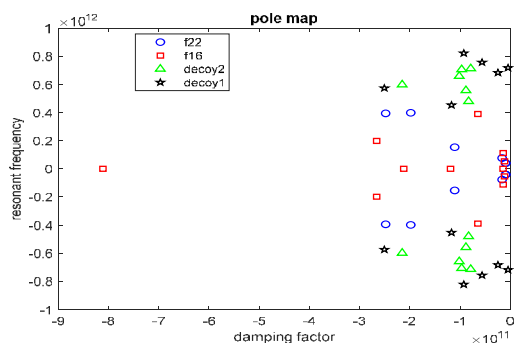
شکل ۱۷: سیگنال دریافتی از سمت جلوی جنگنده F22 در حوزه زمان به صورت RMSE تطبیقی



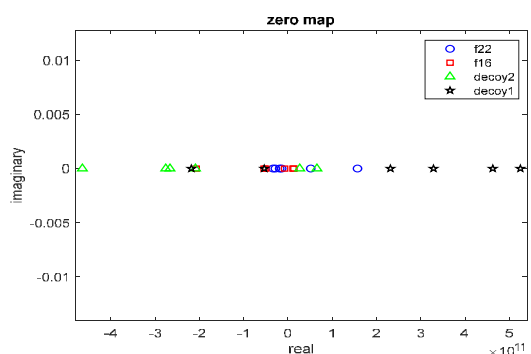
شکل ۲۰: الگوی قرارگیری قطبهای جنگنده‌ها و دکوی‌ها به صورت RMSE تطبیقی



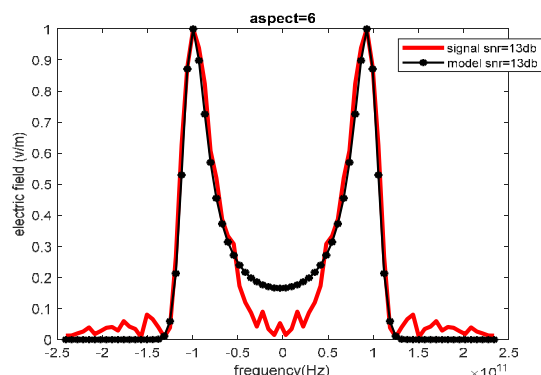
شکل ۲۱: الگوی قرارگیری صفرهای جنگنده‌ها و دکوی‌ها به صورت RMSE تطبیقی



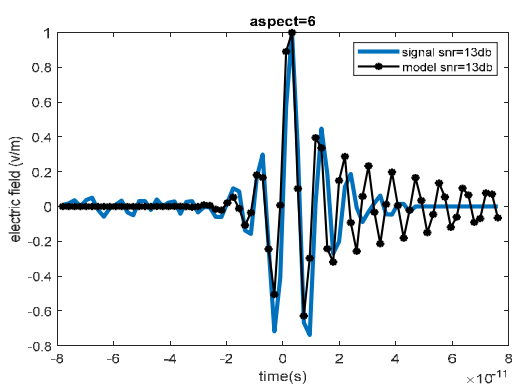
شکل ۲۲: الگوی قرارگیری قطبهای جنگنده‌ها و دکوی‌ها به صورت RMSE ثابت



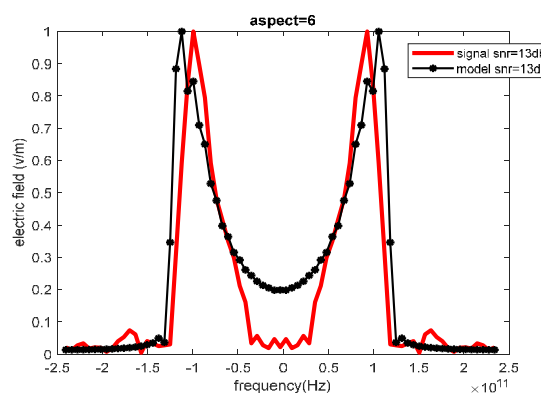
شکل ۲۳: الگوی قرارگیری صفرهای جنگنده‌ها و دکوی‌ها به صورت RMSE ثابت



شکل ۱۷: سیگنال دریافتی از سمت پایین دکوی ۱ در حوزهی فرکانس به صورت RMSE تطبیقی

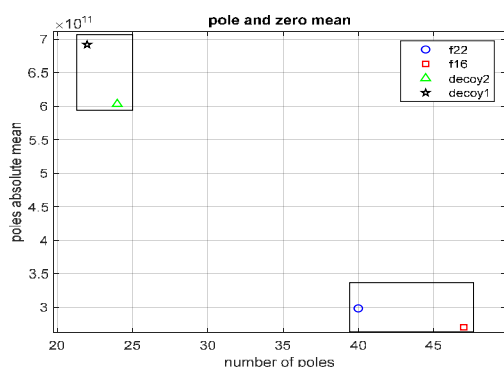


شکل ۱۸: سیگنال دریافتی از سمت پایین دکوی ۱ در حوزهی زمان به صورت RMSE ثابت

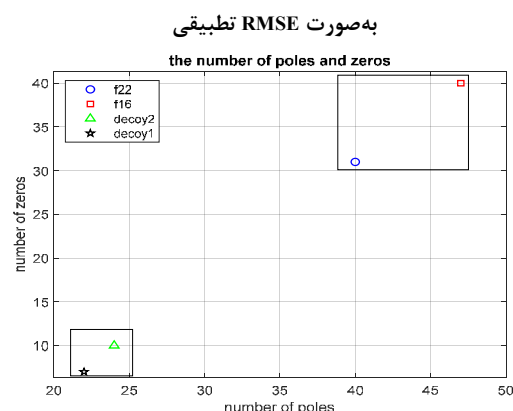


شکل ۱۹: سیگنال دریافتی از سمت پایین دکوی ۱ در حوزهی فرکانس به صورت RMSE ثابت

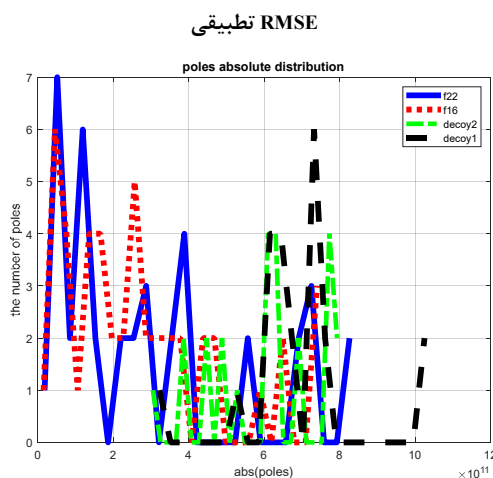
پس از آن که تابع تبدیل هدف استخراج شد، محل قرارگیری قطبها و صفرهای تابع تبدیل می‌تواند با روش تطابق الگو همراه شده و از آن برای شناسایی هدف استفاده نمود. مطابق [۳۰]، تشدیدهای طبیعی مختلط هر هدف توزیع یکتایی در صفحهی مختلط دارند. شکل‌های ۲۰ الی ۲۳ به مقایسهی اهداف هوایی در فضای دو بعدی قسمت حقیقی و قسمت موهومی صفرها و قطبها در دو حالت RMSE تطبیقی و RMSE ثابت پرداخته‌اند.



شکل ۲۴: میانگین اندازه و تعداد قطبهای جنگندهها و دکویها



شکل ۲۵: تعداد قطبها و صفرهای جنگندهها و دکویها به صورت



شکل ۲۶: توزیع اندازهی قطبها به صورت RMSE تطبیقی

۴. نتیجه گیری

امروزه استفاده از دکویها و به طور ویژه دکویهای غیرفعال هوایی توسط جنگندهها در صحنههای نبرد بسیار مورد توجه قرار گرفته است. به علت استفاده از مواد جاذب در ساخت اهداف هوایی مانند جنگندهها، بازتاب آینه‌ای از این اهداف به سمت رادار به شدت تضعیف شده است. یکی از راه‌حل‌های پیشنهادی برای غلبه بر این مشکل شناسایی و طبقه‌بندی اهداف در ناحیهی تشدید و استفاده از پاسخ طبیعی

طبق نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده توسط پردازندهی AMD Ryzen 3 7320u و RAM=8GB DDR4 برای شکل‌های ۲۰ الی ۲۳، جداول ۱ و ۲ تشکیل شد. مطابق جداول ۱ و ۲، اگرچه در حالت RMSE تطبیقی نسبت به RMSE ثابت زمان پردازش بیشتری صرف می‌شود اما دقت RMSE تطبیقی نسبت به RMSE ثابت به مراتب بیشتر است. حالت RMSE ثابت زمانی مفید است که از نظر زمان پردازش محدودیت وجود داشته باشد.

جدول ۱: نتایج حاصله به صورت RMSE تطبیقی در مجموع ۶ جهت

نام هدف	مجموع تعداد قطبها	مجموع تعداد صفرها	زمان پردازش کل (ثانیه)	میانگین RMSEها از زوایای مختلف
F22	۴۰	۳۱	۵۳.۵۸۶	۰.۶۰۷۹
F16	۴۷	۴۰	۷۰.۰۱۵	۰.۵۶۹۵
Decoy2	۲۴	۱۰	۱۵.۲۱۲	۰.۶۳۹۶
Decoy1	۲۲	۷	۱۱.۲۵۸	۰.۵۷۳۷

جدول ۲: نتایج حاصله به صورت RMSE ثابت در مجموع ۶ جهت

نام هدف	مجموع تعداد قطبها	مجموع تعداد صفرها	زمان پردازش کل (ثانیه)	بد آستانه‌ی RMSE در زوایای مختلف
F22	۱۲	۶	۳.۹۲۳	۲
F16	۱۲	۶	۳.۹۲۳	۲
Decoy2	۱۲	۶	۳.۹۲۳	۲
Decoy1	۱۲	۶	۳.۹۲۳	۲

همان‌طور که بیان شد به علت آن که داده‌های حاصله در حالت RMSE ثابت از دقت پایین‌تری برخوردارند لذا تنها امکان استفاده از الگوی قرارگیری صفرها و قطبها در صفحهی مختلط به‌عنوان فضای ویژگی برای آن در نظر گرفته شده است. این در حالی است که با استفاده از حالت RMSE تطبیقی امکان پیشنهاد فضاهای ویژگی دیگری نیز همچون فضای ویژگی دوبعدی تعداد قطبها - میانگین اندازهی قطبها، فضای ویژگی دوبعدی تعداد قطبها - تعداد صفرها و فضای ویژگی توزیع اندازهی قطبها مطابق شکل‌های ۲۴ تا ۲۶ امکان‌پذیر است. برای محاسبه‌ی میانگین اندازهی قطبها می‌توانیم از رابطه‌ی (۱۴) بهره ببریم.

$$(14) \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |P_i|$$

به‌نحوی که N نمایش‌دهندهی تعداد تمامی قطبهای حاصله و $|P|$ نیز نمایانگر اندازهی هر قطب است.

- [9] N. Bhattacharyya, J. Y. Siddiqui, and Y. M. M. Antar, "Study On The Physical Aspect Of Singularity Expansion Method," in *2019 URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (AP-RASC)*, 2019, pp. 1-3, doi: 10.23919/URSIAP-RASC.2019.8738352.
- [10] A. Gallego and F. Roman, "Hardware Suitability of Complex Natural Resonances Extraction Algorithms in Backscattered Radar Signals," *Algorithms*, vol. 16, p. 370, 2023, doi: 10.3390/a16080370.
- [11] F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, J. Chauveau, S. Collardey, and P. Potier, "Comparison between Matrix Pencil and Prony methods applied on noisy antenna responses," in *2011 Loughborough Antennas & Propagation Conference*, 2011, pp. 1-4, doi: 10.1109/LAPC.2011.6113978.
- [12] S. Li, C. O. Hargrave, and H. S. Lui, "Resonance-based Radar Target Classification using the Matrix Pencil Method and the Cauchy Method," in *2021 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (APS/URSI)*, 2021, pp. 1341-1342, doi: 10.1109/APS/URSI47566.2021.9704603.
- [13] C. Hargrave, I. Vaughan, L. Clarkson, and H. S. Lui, "Late-time resonance window estimation in radar," in *2013, 7th International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS)*, 2013, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICSPCS.2013.6723933.
- [14] C. Hargrave, V. Clarkson, A. Abbosh, and N. Shuley, "Radar target identification: Estimating the start of the late time resonant response," in *2013 International Conference on Radar*, 2013, pp. 335-340, doi: 10.1109/RADAR.2013.6652009.
- [15] A. Boonpoonga, P. Chomdee, S. Burintramart, and P. Akkaraekthalin, "Simple estimation of late-time response for radar target identification," *Radio Science*, vol. 52, no. 6, pp. 743-456, 2017, doi: 10.1002/2016RS006237.
- [16] P. Sathe and A. Bhattacharya, "Late-Time Estimation Methods to Achieve Resonance Based Radar Target Recognition," in *2022 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting (AP-S/URSI)*, 2022, pp. 87-88, doi: 10.1109/AP-S/USNC-URSI47032.2022.9887036.
- [17] A.F.Rodriguez, L.S.Rodrigo, E.L.Guillen, J.M.Ascariz, J.M.Jimenez, and L.Boquete, "Coding Prony's method in MATLAB and applying it to biomedical signal filtering," *BMC Bioinformatics*, vol. 19, no. 1, p. 451, 2018, doi: 10.1186/s12859-018-2473-y.
- [18] K. R. Menon, N. Balakrishnan, and K. Ramchand, "Discriminating complex bodies with minor variations using e-pulse," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 44, no. 1, pp. 408-416, 2008, doi: 10.1109/TAES.2008.4517019.
- [19] X. Ma, Z. Zhou, K. Liu, J. Zhang, and W. Raza, "Poles Extraction of Underwater Targets Based on Matrix Pencil Method," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 103007-103019, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2999419.
- [20] C. w. Chuang and D. L. Moffatt, "Natural Resonances of Radar Targets Via Prony's Method and Target Discrimination," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-12, no. 5, pp. 583-589, 1976, doi: 10.1109/TAES.1976.308260.
- [21] L. Man, X. Wei, C. Dong, and Z. Xiao, "Poles Extracting and Analyzing of Complex Stealth Target Based on Matrix Pencil Method," in *2014 IEEE International Conference on Computer and Information Technology*, 2014, pp. 894-898, doi: 10.1109/CIT.2014.123.
- [22] G. A. Lazarakos, "Radar target identification by natural resonances: Evaluation of signal processing algorithms," Monterey California. Naval Postgraduate School, 1991.
- [23] W.D.Wei, S.Yi, M.X.Yi, and W.S.Gang, "Natural resonance frequency extraction using an early-time and late-time responses combined technique," in *2004 Second International Workshop Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (IEEE Cat. No.04EX925)*, 2004, pp. 201-204, doi: 10.1109/UWBUS.2004.1388101.
- [24] N. Chantasan, A. Boonpoonga, and S. Burintramart, "Radar target identification using Cauchy method," in *2014*

آن‌هاست. در این مقاله به پیشنهاد فضای ویژگی برای تمایز جنگنده‌ها از دکوی‌های غیرفعال هوایی بر اساس تخمین تابع تبدیل آن‌ها در ناحیهی تشدید در دو حالت RMSE تطبیقی و ثابت پرداختیم. بر خلاف دیگر مقالات که یا در حوزهی فرکانس مبتنی بر مدل ARMA و یا مقالاتی که در حوزهی زمان و مبتنی بر مدل AR به پیشنهاد فضای ویژگی می‌پردازند که هر یک مزایا و معایبی نیز دارند، از روش شناسایی سیستم در حوزهی زمان مبتنی بر مدل ARMA بهره بردیم تا به طور هم‌زمان از مزایای روش‌های حوزهی زمان و فرکانس مانند کاهش زمان پردازش و عدم نیاز به جداسازی پاسخ دیررس بهره ببریم. مطابق جداول ۱ و ۲ نتیجه گرفتیم اگر در بدهستان زمان پردازش و دقت تخمین زمان پردازش را ارجح بدانیم حالت RMSE ثابت اگرچه دقت تخمین پایین‌تر و تعداد فضای ویژگی حاصله‌ی کم‌تری دارد؛ ولی زمان پردازش به‌مراتب کم‌تری صرف می‌نماید. یعنی در این حالت فقط دو فضای ویژگی الگوی قرارگیری صفرها و قطب‌ها در صفحهی مختلط را در اختیار داریم که به ناچار وابسته به کتابخانهی اهداف است. اما اگر در بدهستان مذکور دقت تخمین و تعدّد فضای ویژگی را انتخاب نماییم، حالت RMSE تطبیقی اگرچه زمان پردازش بیش‌تری صرف می‌نماید؛ امکان پیشنهاد چندین فضای ویژگی شامل فضاهای ویژگی الگوی قرارگیری صفرها و قطب‌ها در صفحهی مختلط، فضای ویژگی دوبعدی تعداد قطب‌ها - میانگین اندازهی قطب‌ها، فضای ویژگی دوبعدی تعداد قطب‌ها - تعداد صفرها و توزیع اندازهی قطب‌ها میسر است. نتیجه گرفتیم دکوی‌ها تعداد قطب و صفر کم‌تر و میانگین اندازهی قطب بیش‌تری نسبت به جنگنده‌ها به‌عنوان اهداف پیچیده دارند.

مراجع

- [1] I. Vagias and D. Bacci, "deployable radar decoy," (in English), united kingdom Patent Appl. 1707142.4, 2018.
- [2] H.Haoliang and C.Seiwei, "Electromagnetic Scattering Characteristics and Radar Identification of Sea Corner Reflectors: Advances and Prospects," *Journal of Radars*, vol. 12, no. 4, p. 738, 2023, doi: 10.12000/jr23100.
- [3] P. Sathe and A. Bhattacharya, "Automatic Object Discrimination Based on Natural Resonant Features of Dielectric Coated Object," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 71, no. 2, pp. 2039-2044, 2023, doi: 10.1109/TAP.2022.3226353.
- [4] S.Zhou, H.Gao, and F.Ren, "Extracting Pole Characteristics of Complex Radar Targets for the Aircraft in Resonance Region Using RMSPSO-ARMA," *International Journal of Antennas and Propagation*, 2024, doi: 10.1155/2024/2233923.
- [5] A. Akbarpour and S. Chamaani, "Estimation of Target Circumferential Size by Backscattered Wave," *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 13, 2019, doi: 10.1049/iet-map.2018.5003.
- [6] C. E. Baum, E. J. Rothwell, K. M. Chen, and D. P. Nyquist, "The singularity expansion method and its application to target identification," *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 10, pp. 1481-1492, 1991, doi: 10.1109/5.104223.
- [7] W. C. Chen, "Radar target identification based on complex natural resonances," PhD Thesis, School of Information Technology and Electrical Engineering, The University of Queensland, 2015.
- [8] S.Zhou, H.Gao, and F.Ren, "Pole Feature Extraction of HF Radar Targets for the Large Complex Ship Based on SPSO and ARMA Model Algorithm," *Electronics*, vol. 11, p. 1644, 2022, doi: 10.3390/electronics11101644.

- [28] D. Chaparro-Arce, S. Gutierrez, A. Gallego, C. Gutierrez, F. Vega, and C. Pedraza, "Extraction of complex natural resonances of ships acoustic signals using Matrix Pencil Method," in *2020 IEEE Colombian Conference on Communications and Computing (COLCOM)*, 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/COLCOM50121.2020.9219764.
- [29] Z. Jian, T. D. Abhayapala, and R. A. Kennedy, "Role of pulses in ultra wideband systems," in *2005 IEEE International Conference on Ultra-Wideband*, 2005, pp. 565-570, doi: 10.1109/ICU.2005.1570050.
- [30] L. Joon-Ho, C. In-Sik, and K. Hyo-Tae, "Natural frequency-based neural network approach to radar target recognition," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 12, pp. 3191-3197, 2003, doi: 10.1109/TSP.2003.818908.
- [25] M. Rosenthal and R. Vick, "IEMI Analysis of Civil Drones: Extraction of Complex Natural Resonances from Polarimetric Radar Cross-Section Measurements," in *2023 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, 2023, pp. 265-265, doi: 10.1109/ICEAA57318.2023.10297809.
- [26] A. Sathyamurthy and J. Balakrishnan, "Radar Target Discrimination of Real Size Aircraft with Minor Structural Variations: Challenges and Solutions," *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 102, pp. 139-148, 2020, doi: 10.2528/PIERC20031805.
- [27] A. Sathyamurthy and J. Balakrishnan, "resonance based discrimination of stealth targets coated with radar absorbing material (RAM)," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 99, pp. 69-79, 2021, doi: 10.2528/PIERM20101001.

زیرنویس‌ها

^{۱۱} Least Square

^{۱۲} Total Least Square

^{۱۳} Hermitian

^{۱۴} Moore_Penrose

^{۱۵} Gaussian monocycles

^{۱۶} Gaussian doublet

^{۱۷} Rayleigh monocycles

^{۱۸} Manchester monocycles

^{۱۹} Computer Simulation Technology

^{۲۰} Perfect Electric Conductor

^۱ Root Mean Square Error

^۲ High Frequency Surface Wave Radar

^۳ Carl E. Baum

^۴ Singularity Expansion Method

^۵ Autoregressive

^۶ Autoregressive Moving Average

^۷ Prony method

^۸ Matrix Pencil Method

^۹ Cauchy method

^{۱۰} Vector fitting Cauchy Method