

تحلیل روش کدگذاری شبکه تنک برای نرم افزارهای بلادرنگ

امیر زارعی^۱، کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر، ساناز محمدی^۲، کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر، پیمان پهلوانی^۳، استادیار

۱- دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان - ایران - az.hldv@gmail.com

۲- دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان - ایران - mohammadi.s@iasbs.ac.ir

۳- دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان - ایران - pahlevani@iasbs.ac.ir

چکیده: کدگذاری شبکه تنک به عنوان یک روش جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی روش کدگذاری شبکه خطی تصادفی معرفی شد. در این روش برخلاف روش کدگذاری شبکه خطی تصادفی بیشتر ضرایب ماتریس کدگشایی صفر است. این تغییر باعث کاهش قابل توجه پیچیدگی محاسباتی الگوریتم های کدگشایی می شود. کدگشایی جزئی به معنای امکان کدگشایی بخشی از بسته های خام (پیش از دریافت بسته های مورد نیاز برای کدگشایی همه بسته های خام) تعریف می شود و یکی از قابلیت های روش کدگذاری شبکه تنک است. در این مطالعه با بهره بردن از قابلیت ذکر شده، با ارائه سه مدل مختلف روش کدگذاری تنک را به عنوان یک رویکرد برای کاهش تأخیر کدگشایی در نرم افزارهای بلادرنگ بررسی می کنیم. به طور دقیق تر ما ابتدا، با معرفی یک مدل مبتنی بر زنجیره ی مارکوف، کدگذاری شبکه تنک را برای پیکربندی بدون یازخورد از لحاظ عملکردهای تعداد ارسال های مورد نیاز و میانگین تأخیر کدگشایی بسته برای یک نسل از بسته های خام ارزیابی می کنیم. سپس صحت مدل ارائه شده را با استفاده از شبیه سازی گسترده ارزیابی کرده و نشان می دهیم مدل ارائه شده قادر به ارزیابی دقیق تعداد ارسال های مورد نیاز و تأخیر کدگشایی بسته برای یک نسل از بسته های خام است. نتایج همچنین صحت مدل در کانال خطا دار را هم ارزیابی می کند. در ادامه مدل مبتنی بر بازخورد را معرفی می کنیم و در بخش شبیه سازی نشان می دهیم این مدل قادر به ایجاد یک تعادل بهتر بین عملکرد تعداد ارسال و میانگین تأخیر کدگشایی بر بسته است. در آخر با تمرکز بر مسئله پیدا کردن درخت پوشای تصادفی یک مدل مینی بر گراف برای تحلیل کدگذاری شبکه تنک ارائه می کنیم و نشان می دهیم اگرچه مدل معرفی شده فقط برای تنکی ۲ معتبر است، اما ظرفیت توسعه برا تنکی های کمتر را نیز دارا است.

واژه های کلیدی: کدگذاری شبکه خطی تصادفی، کدگذاری شبکه تنک، تعداد ارسال ها، میانگین تأخیر کدگشایی.

Analysis of Sparse Network Coding Method for Real-Time Applications

Amir Zaree, MSc Student¹, Sanaz Mohammadi, MSc Student², Peyman Pahlevani, Assistant Professor³

1- Department of Engineering - Network Computing, Communications and Storage at Aarhus University, Denmark
Email: az.hldv@gmail.com

2- Department of Computer Science and Information Technology, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran, Email: mohammadi.s@iasbs.ac.ir

3- Department of Computer Science and Information Technology, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran, Email: pahlevani@iasbs.ac.ir

Abstract: Sparse network coding was introduced to reduce the computational complexity of the random linear network coding. In this method, most of the decoding matrix coefficients are zero. Partial decoding means the possibility of decoding a part of the raw packets is one of the capabilities of the sparse network coding method. We introduce three different models of sparse coding method as an approach to reduce decoding latency in real-time communication. More precisely, we first evaluate a sparse network coding for a no feedback configuration in terms of the performance of the total number of transmissions required, and the average packet decoding delay for a generation of raw packets, by introducing a Markov chain-based model. Then we evaluate the accuracy of the proposed model using extensive simulation and show that the proposed model can accurately estimate the number of required transmissions and decoding delay for a generation of packets. The results also evaluate the accuracy of the model in the erasure channel. In the following, we introduce the feedback-based model and we show that this model can create a better balance between the functions of the number of transmissions and the average decoding delay per packet. Finally, by focusing on the problem of finding the random spanning tree, we present a graph-based model for analyzing sparse network coding and show that although the proposed model is valid only for grade 2 sparsity, it also has the capacity to develop for lower sparsity.

Keywords: Random linear network coding, Sparse network coding, Number of packet transmissions, Average decoding delay.

نام نویسنده مسئول: پیمان پهلوانی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - زنجان - جاده گاوزنگ - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات

۱- مقدمه

نسل پنجم ارتباطات^۱ به طور کلی به عنوان نسلی که موانع و مشکلات نسل چهارم را برطرف می‌کند، معرفی می‌شود [۱، ۲]. یکی از اهداف ارائه‌ی این نسل کاهش تأخیر دریافت بسته‌ها در بستر اینترنت بی‌سیم است، به ویژه در شبکه‌های ارتباطی که مستعد خطا هستند^۲. کدگذاری شبکه^۳ یکی از روش‌های نوظهوری است که پتانسیل کاهش تأخیر دریافت اطلاعات را در نسل پنجم وعده می‌دهد [۳]. مفهوم کدگذاری شبکه به‌عنوان یک راهبرد نوین با قابلیت ترکیب بسته‌های کد شده در گره‌های میانی شبکه معرفی شد. در این روش برخلاف سایر روش‌های کدگذاری مانند کدهای آبخاری^۴ گره‌های میانی قادر به کدگذاری مجدد^۵ بسته‌های کد شده هستند. مطالعات بسیاری توان عملیاتی بهتر شبکه‌های مستعد خطا و شبکه‌هایی با پیکره‌بندی شامل گره‌های میانی را در صورت استفاده از این روش نشان داده‌اند [۴، ۵].

روش کدگذاری خطی تصادفی^۶ [۶، ۷] پیاده‌سازی عملیاتی روش کدگذاری شبکه است. از دیدگاه عملیاتی تعداد بسته‌های خام و اندازه‌ی میدان متناهی^۷ دو ورودی مهم این روال هستند. در این روش فرستنده یا همان کدگذار^۸ بسته‌های خام را بر مبنای روش‌های جبری و استفاده از یک میدان متناهی به صورت خطی کد کرده و گیرنده یا همان کدگشا^۹ پس از دریافت تعداد بسته کد شده مورد نیاز با تشکیل یک ماتریس کدگشایی قادر به کدگشایی بسته‌های خام خواهد بود. تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل از بسته‌های خام، تأخیر کدگشایی و طول بسته کد شده سه چالش اصلی در استفاده این روش هستند. اگرچه روش کدگشایی خطی تصادفی از لحاظ عملکرد تعداد ارسال یک روش بهینه در نظر گرفته می‌شود، اما از لحاظ تأخیر کدگشایی وابسته به اندازه میدان متناهی عملکردهای متفاوتی دارد.

کدگذاری شبکه تنک^{۱۰} از دیدگاه عملیاتی همان روش کدگذاری خطی تصادفی است با این تفاوت که برای ساختن هر بسته کد شده ضرایب بیشتر بسته‌های خام صفر در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه ماتریس کدگشایی^{۱۱} یک ماتریس تنک خواهد بود. این ویژگی به‌طور قابل توجهی باعث کاهش پیچیدگی محاسباتی عملیات کدگشایی می‌شود [۸، ۹]، اما سربار تعداد ارسال را به سیستم تحمیل می‌کند. یکی از نتایج پیاده‌سازی روش کدگشایی شبکه تنک قابلیت کدگشایی جزئی^{۱۲} است. در واقع در این روش فرستنده پس از دریافت تعداد کمی بسته‌ی کد شده قادر به شروع کدگشایی بخشی از بسته‌های خام خواهد بود و برخلاف کدگشایی شبکه خطی تصادفی لازم نیست حتماً تعداد زیادی بسته‌ی کد شده برای شروع عملیات کدگشایی دریافت کند. نماد ω عرض پنجره‌ی ارسال می‌باشد، در این روش یک بسته‌ی کد شده را ω تنک در نظر می‌گیریم اگر تعداد ضرایب غیر صفر بسته کد شده ω باشد. مدل‌های تحلیلی ارائه شده تاکنون، کدگذاری شبکه تنک را در یک پیکره‌بندی بدون بازخورد در نظر گرفته‌اند در حالی که

نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد وجود بازخورد تأثیر بسزایی در کاهش سربار تعداد ارسال این روش دارد.

۲- کارهای گذشته و انگیزه

اولین مدل برای کدگذاری شبکه تنک توسط گریبدو و همکاران معرفی شد [۳]. آن‌ها برای مدل‌سازی کدگذاری شبکه تنک در یک پیکره‌بندی شامل یک فرستنده و یک گیرنده، یک زنجیره مارکف^{۱۳} ارائه کردند. هدف از این مدل‌سازی ارزیابی عملکرد تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل است. اگرچه مدل ارائه شده از دقت بالایی برای تخمین تعداد ارسال‌های مورد نیاز بهره می‌برد، مهم‌ترین مشکل آن استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو برای تولید تابع احتمال مستقل خطی بودن یک بسته در مدل است.

سنقوی برای اولین تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل را برای کدهای آبخاری تنک بررسی کرد [۱۰]. او با در نظر گرفتن یک پیکره‌بندی شامل یک فرستنده و یک گیرنده توانست با معرفی یک تابع توزیع احتمال تعداد بسته‌های حاصل از کدگشایی جزئی را برای هر تعداد ارسال به بالاترین مقدار ممکن (بهینه) برساند. ذکر این نکته حائز اهمیت است که در کدهای آبخاری فرستنده بر اساس یک تابع توزیع احتمال تعدادی بسته خام را ترکیب کرده (کد کرده) به طرف گیرنده ارسال می‌کند. هدف ارائه چنین تابعی بهینه کردن تعداد ارسال مورد نیاز است. با این وجود مدل ارائه شده قابلیت پیاده‌سازی را برای اندازه‌ی نسل‌های ثابت ندارد.

تلری و همکاران اولین مدل عملیاتی جهت ارزیابی کدگشایی را برای کدهای آبخاری معرفی کردند [۱۱]. اگرچه مدل ارائه‌شده از لحاظ کدگشایی جزئی در سمت گیرنده بهینه است اما آنها برای کد کردن بسته‌های خام با اندازه k در سمت گیرنده از یک الگوریتم با پیچیدگی زمانی $O(k^2)$ استفاده می‌کنند. مطالعاتی هم مانند کارهای [۱۲، ۱۳] مدل‌های عملیاتی و بهینه‌ای برای ارزیابی کدگشایی جزئی معرفی کردند اما همه آنها از بازخورد گیرنده بهره می‌برند در حالی که امکان بازخورد برای همه سیستم‌ها عملیاتی نیست.

بر اساس مطالعه انجام شده در [۱۴] کدگشایی جزئی یکی از قابلیت‌های کدگذاری شبکه تنک است و این قابلیت می‌تواند تأثیر بسزایی در کاهش یا افزایش تأخیر دریافت داده در نرم‌افزارهای بلادرنگ^{۱۴} را داشته باشد. پژوهش انجام شده در [۱۵] تأثیر اندازه‌ی میدان متناهی بر عملکردهای تعداد ارسال و تأخیر کدگشایی نیز پوشش دهد. اگرچه نویسندگان برای کانال خطادار یک مدل ریاضیاتی ارائه کرده‌اند اما نتایجی که صحت مدل برای پیکره‌بندی خطادار را نشان دهد وجود ندارد.

شبیه‌سازی‌های ما در شکل ۱ تأثیر تنکی (ω) و اندازه‌ی میدان (q) بر عملکرد تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل از بسته‌های خام (T_n) را با استفاده از دو روش کدگذاری شبکه تنک (SNC) و خطی تصادفی ($RLNC$) نشان می‌دهد. به‌طور کلی هرچه

در این مقاله روش کدگذاری شبکه تنک با بازخورد پیشنهاد شده است. این روش ترکیب روش کدگذاری شبکه تنک و روش تکرار درخواست اتوماتیک (ARQ) [۱۶] می‌باشد. این روش بدین صورت عمل می‌کند که زمانی که بسته‌ای یا بسته‌هایی در گیرنده کدگشایی شده، یک بازخورد به فرستنده ارسال می‌شود. فرستنده بسته‌هایی که کدگشایی شده‌اند را از فرآیند کدگذاری حذف می‌کند. بدین ترتیب این روش از ارسال تکراری بسته‌های کدگشایی شده جلوگیری می‌کند. در بخش نتایج آزمایش‌های مربوط به شبیه‌سازی و مقایسه‌ی دو روش کدگذاری تنک و کدگذاری شبکه با بازخورد آمده است. شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش با بازخورد تعداد ارسال‌ها را ۳۵ درصد و میانگین زمان کدگشایی برای هر بسته را ۲۵ درصد کاهش می‌دهد. نتایج ثابت می‌کند روش ارائه شده می‌تواند یک تعادل بین عملکردهای ذکر شده ایجاد کند.

در ادامه یک مدل مبتنی بر گراف برای ارزیابی عملکرد کدگذاری شبکه تنک از لحاظ تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل ارائه می‌شود. مدل معرفی شده جدید و ابزار مناسبی برای ارزیابی عملکرد کدگذاری شبکه است. اگرچه مدل برای تنکی با اندازه ۲ معتبر است اما ظرفیت توسعه برای تنکی‌های مختلف را دارد. در انتها با توجه به مدل گرافی بدست آمده کران بالایی برای تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل ارائه می‌شود.

۴- مدل سازی ریاضی

در یک سیستم مبتنی بر کدگذاری شبکه تنک یک فرستنده قصد دارد یک نسل از بسته‌های خام را به یک گیرنده ارسال کند. یک گام زمانی را مدت زمان ارسال یک بسته کدشده از فرستنده به گیرنده در نظر می‌گیریم. نسل S شامل n بسته خام را به صورت زیر تعریف می‌کنیم. هر آنچه که در این بخش آمده است از مقاله [۱۵] برگرفته شده است.

$$S = \{S_i\}_{i=1}^n \quad (1)$$

در گام زمانی j یک بسته‌ی کدشده با تنکی ω به صورت زیر ساخته می‌شود.

$$u_j = \sum_{i=1}^{\omega} g_{f(i),j} \times S_{f(i)} \quad (2)$$

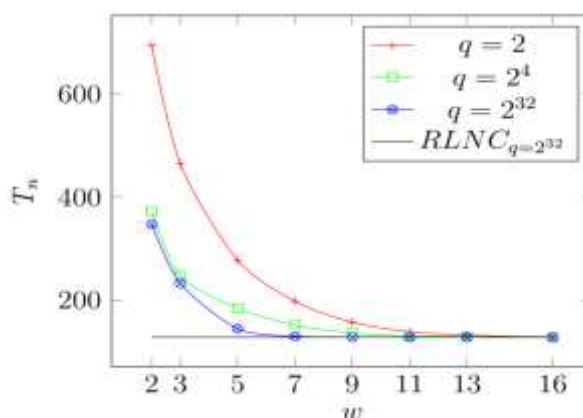
جایی که $f(i)$ ها به صورت تصادفی از مجموعه $\{1, \dots, n\}$ انتخاب می‌شود. همچنین ضرایب $g_{f(i),j}$ نیز به صورت تصادفی از اعضای مجموعه $G \in F_q$ (میدان متناهی) بر طبق توزیع زیر انتخاب می‌شوند.

$$p(g_{i,j} = v) = \frac{1}{q} \quad \forall v \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\} \quad (3)$$

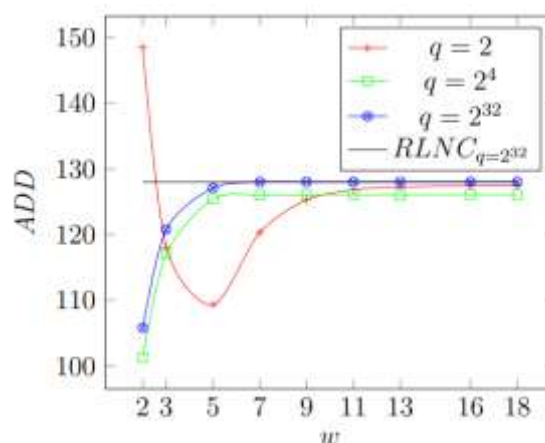
اگر u_1, \dots, u_m نمایش‌دهنده مجموعه بسته‌های دریافت شده برای کدگشایی نسل s و $m \geq n$ ، ماتریس M نمایش‌دهنده ماتریس

تنکی بیشتر با شد و میدان کوچک‌تر با شد. سربار تعداد از سال روش کدگذاری تنک بیشتر است.

شکل ۲ از [۱۵] تأثیر تنکی (ω) و اندازه میدان (q) را بر عملکرد میانگین تأخیر کدگشایی بسته برای کدگشایی یک نسل از بسته‌های خام (ADD) را با استفاده از دو روش کدگذاری شبکه تنک (SNC) و خطی تصادفی (RLNC) نشان می‌دهد. شکل ۲ نشان می‌دهد کدگذاری شبکه تنک عملکرد بهتری برای $3 \leq \omega \leq 9$ از نظر میانگین تأخیر کدگشایی بسته ارائه می‌کند. شکل ۲ا به وضوح اهمیت ارائه‌ی یک مدل که بین عملکردهای تعداد ارسال و تأخیر کدگشایی تعادل ایجاد کند را نشان می‌دهد.



شکل ۱: تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل (T_n) با ۱۲۸ بسته خام



شکل ۲: میانگین تأخیر کدگشایی بر بسته (ADD) برای نسلی از ۱۲۸ بسته خام

۳- نوآوری‌ها

نوآوری این مقاله به این صورت است که مدل سازی ریاضی برای روش کدگذاری تنک که در [۱۴، ۱۵] معرفی شده است را برای کانال‌های با خطا ارائه کرده و مشخص می‌نماییم که عملکرد آن‌ها در کانال‌های خطا دار چیست که در مقاله‌های پیشین در نظر گرفته نشده است. نتایج شبیه‌سازی در کانال‌های خطا دار در بخش ۷ آمده است.

تعریف ۳: با استفاده از تعریف ۲ تأخیر کدگذاری نسل S به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$ADD = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (۸)$$

۴-۱- مدل مارکوف

در این بخش سیستم مبتنی بر کدگذاری شبکه تنک را با یک زنجیره مارکف جذب‌کننده^{۱۷} مدل خواهیم کرد. هر آنچه که در این بخش آمده است از مقاله [۱۵] برگرفته شده است.

هر حالت از مدل مارکف را با دو تایی (c, t) تعریف می‌کنیم جایی که t تعداد بسته‌های کدشده جمع‌آوری شده برای پوشش c بسته خام است. هر بسته جدید منجر به تغییر حالت از (c, t) به $(c+i, t+1)$ خواهد شد.

معادله (۳) به طور مشخص نشان می‌دهد با کاهش اندازه میدان متناهی q احتمال انتخاب ضریب صفر افزایش پیدا می‌کند. برای مثال

$$Y = MX = [M \quad MS] \Rightarrow RREF(Y) = [I_k \quad S] \quad (۹)$$

برای $q=2$ ضرایب از مجموعه $\{0,1\}$ انتخاب خواهند شد، در نتیجه احتمال $P(g_{i,t}=0)$ برابر با $1/5$ است. این مقدار تأثیر قابل توجهی بر روی احتمال تولید بسته وابسته خطی خواهد داشت. بنابراین کافی است تأثیر اندازه میدان به احتمال‌های گذر اضافه شود. احتمال گذار $p_{c,t}^{\omega,n}(i)$ بین حالت‌های (c, t) و $(c+i, t+1)$ برای $\omega=3$ به صورت زیر قابل محاسبه است. برای حالت $i=0, i=1, i=2$ داریم:

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i=0) = \binom{c}{3} \times \left(\frac{\binom{c}{2} \times \binom{n-c}{1}}{\binom{n}{3}} \times \left(\frac{1}{q}\right)^1 \right) \times \left(\frac{\binom{c}{1} \times \binom{n-c}{2}}{\binom{n}{3}} \times \left(\frac{1}{q}\right)^2 \right) \times \left(\frac{\binom{n-c}{3}}{\binom{n}{3}} \times \left(\frac{1}{q}\right)^3 \right). \quad (۱۰)$$

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i) = \begin{cases} 0, & \text{if } (c,t) \in A, \\ \sum_{j=i}^{b_2} \frac{\binom{c}{\omega-j} \times \binom{n-c}{j}}{\binom{n}{\omega}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^j \times \left(\frac{1}{q}\right)^{j-i} \times \binom{j}{i}, & \text{if } (c,t) \notin A_i \in B_{n,c,\omega}, \end{cases} \quad (۱۱)$$

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i=0) = \binom{c}{3} \times \left(\frac{\binom{c}{2} \times \binom{n-c}{1}}{\binom{n}{3}} \times \left(\frac{1}{q}\right)^1 \right) \times \left(\frac{\binom{c}{1} \times \binom{n-c}{2}}{\binom{n}{3}} \times \left(\frac{1}{q}\right)^2 \right) \times \left(\frac{\binom{n-c}{3}}{\binom{n}{3}} \times \left(\frac{1}{q}\right)^3 \right). \quad (۱۲)$$

کدگذاری در سمت گیرنده باشد بنابراین رابطه بین u_1, \dots, u_m و s_1, \dots, s_n را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$M = \begin{bmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} & g_{1,3} & \dots & g_{1,n} \\ g_{2,1} & g_{2,2} & g_{2,3} & \dots & g_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m,1} & g_{m,2} & g_{m,3} & \dots & g_{m,n} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

برای ساختن بسته‌های کدشده x_1, \dots, x_n ضرایب به شکل زیر به بسته‌های خام الحاق می‌شوند.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 & s_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & s_n \end{bmatrix} = [I_n S] \quad (۷)$$

برای کدگذاری نسل S گیرنده با به کار بردن عملیات حذفی گوس- جردن^{۱۵} ماتریس کدگذاری را به صورت زیر به شکل سطری پلکانی کاهش یافته^{۱۶} تبدیل می‌کنیم.

در معادله بالا M ماتریس کدگذاری، S ماتریس بسته‌های خام، X ماتریس بسته‌های کد شده و $RREF$ فرم سطری پلکانی ماتریس Y است.

تعریف ۱: پوشش بسته‌های خام به معنای تعداد ستون‌های دارای عنصر غیر صفر ماتریس کدگذاری تعریف می‌شود که با نماد C نمایش داده می‌شود [۱۵].

تعریف ۲: تأخیر کدگذاری بسته خام S_i به معنای تعداد ارسال‌های مورد نیاز به منظور کدگذاری S_i با نماد d_i نشان داده می‌شود [۱۵].

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i=1) = \left(\frac{\binom{c}{2} \times \binom{n-c}{1}}{\binom{n}{3}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^1 \right) \times \left(\frac{\binom{c}{1} \times \binom{n-c}{2}}{\binom{n}{3}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^1 \times \left(\frac{1}{q}\right)^1 \times \binom{2}{1} \right) \times \left(\frac{\binom{n-c}{3}}{\binom{n}{3}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^1 \times \left(\frac{1}{q}\right)^2 \times \binom{3}{1} \right). \quad (13)$$

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i=2) = \left(\frac{\binom{c}{1} \times \binom{n-c}{2}}{\binom{n}{3}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^2 \right) \times \left(\frac{\binom{n-c}{3}}{\binom{n}{3}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^2 \times \left(\frac{1}{q}\right)^1 \times \binom{3}{2} \right). \quad (14)$$

$$T_x = \sum_{\forall(c,t) \in \Phi} pr_{c,t} \times t, \quad (19) \quad \text{در نهایت برای حالت } i=3$$

جایی که T_x نشان دهنده تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگذاری x بسته‌ی خام است. از طرف دیگر برای کدگذاری کل یک نسل کافی است $x = n$ باشد. برای ارزیابی کدگذاری جزئی یک مفهوم به نام میانگین تأخیر کدگذاری بسته معرفی کردیم. برای بدست آوردن یک کران پایین برای این عملکرد کافی است ما T_x را تأخیر کدگذاری بسته x -م در نظر بگیریم. برای کدگذاری $x-1$ بسته T_x یک باند بالا است زیرا همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم برای کدگذاری x از n بسته T_x کافی است. از این رو T_i را می‌توان تأخیر کدگذاری بسته d_i معرفی کرد. با جایگزین کردن T_i با d_i در معادله ۹ رابطه‌ی ۲۰ را خواهیم داشت.

$$ADD = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \quad (20)$$

۵- روش بازخورد

در این مقاله روش بازخورد برای اولین بار ارائه شده است که این روش به این صورت می‌باشد: همان‌طور که در بخش‌های قبلی اشاره شد هرگاه تعدادی بسته‌ی جدید کدگذاری شوند، گیرنده به فرستنده با استفاده از بسته‌های بازخورد یک سیگنال می‌فرستد. این مکانیزم‌ها این قابلیت را به فرستنده می‌دهند که بسته‌های کدگذاری شده را کد نکند. با استفاده از این مکانیزم‌ها تضمین می‌کنیم که در هر نسل همه‌ی بسته‌ها قابل استفاده هستند. روش‌های قبلی ARQ فقط برای بسته‌های کد نشده استفاده می‌شوند اما این اولین روشی است که در کدگذاری شبکه استفاده می‌شود و بازخورد را برای بسته‌های دیکد شده انجام می‌دهد که نسل کامل کدگذاری نشده است ولی برخی بسته‌ها کدگذاری شدند.

۶- مدل مبتنی بر گراف

در این بخش هدف ارائه‌ی یک مدل مبتنی بر گراف برای ارزیابی عملکرد کدگذاری شبکه تنک از لحاظ تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگذاری یک نسل است. مدلی که در ادامه ارائه خواهد شد یک مدل مبتنی بر گراف است که برای اولین بار در این مقاله ارائه شده است و فقط برای

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i=3) = \left(\frac{\binom{n-c}{3}}{\binom{n}{3}} \times \left(1 - \frac{1}{q}\right)^3 \right) \quad (15)$$

احتمال گذر برای هر ω به صورت زیر قابل محاسبه است: احتمال ورود به هر حالت مدل ($pr_{c,t}$) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_{c,t}^{\omega,n}(i) = \begin{cases} \sum_{j=i}^{b_i} \frac{\binom{c}{\omega-j} \times \binom{n-c}{j}}{\binom{n}{\omega}} & \text{if } (c,t) \notin Ai \in B_{n,c,\omega} \\ \left(1 - \frac{1}{q}\right)^i \times \left(\frac{1}{q}\right)^{t-i} \times \binom{j}{i} & \end{cases} \quad (16)$$

$$pr_{c,t} = \begin{cases} 1 & \text{if } t=1, \\ \sum_{i=0}^{\omega} p_{c-i,t}^{\omega,n}(i) \times pr_{c-i,t-1} & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (17)$$

$$(c \geq x, t \geq (x + \left\lceil \frac{c-x}{\omega} \right\rceil)) \quad (18)$$

همان‌طور که اشاره کردیم یکی از ویژگی‌های کدگذاری شبکه تنک قابلیت کدگذاری جزئی است. در این بخش هدف ارائه‌ی یک کران پایین برای تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگذاری x بسته از n است. برای این کار بر طبق لم ۱ (ارائه شده در مطالعه [۱۴]) محدودیت‌هایی را روی دو عنصر C و t اعمال می‌کنیم. **لم ۱:** برای کدگذاری حداقل x بسته‌ی خام از یک نسل با اندازه n فقط حالت‌های با ویژگی رابطه‌ی شماره‌ی ۱۸ جذب کننده هستند.

در نظریه احتمال، زنجیره مارکوف جذب کننده، زنجیره مارکوفی است که در آن هر حالت می‌تواند به یک حالت جاذب برسد. حالت جاذب حالتی است که پس از وارد شدن به آن نمی‌توان از آن خارج شد. اکنون می‌توانیم با استفاده از حالت‌هایی با ویژگی رابطه ۱۸ یک کران پایین به صورت زیر برای ارزیابی کدگذاری شبکه تنک از لحاظ تعداد ارسال معرفی کنیم.

یک نسل است. همچنین الگوریتم‌هایی با زمان اجرا $O(n \log n)$ به عنوان کران بالا برای مسئله وجود دارند [۱۷].

۷- شبیه سازی و بررسی صحت مدل سازی

در این بخش به طور خلاصه به مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی و پیاده سازی مدل ریاضی خواهیم پرداخت. شبیه سازی فرایند کدگذاری و کدگشایی با استفاده از کتابخانه‌ی KODO [۱۸] در زبان ++C انجام گرفته است. با توجه به این که فرآیند کدگذاری بسته‌ها به صورت تصادفی بوده برای هر خروجی از ۵۰۰۰ بار اجرای برنامه میانگین گرفته‌ایم. همچنین اختلاف نتایج بین شبیه سازی و پیاده سازی مدل با استفاده از روش میانگین جذر مربعات بدست آمده است.

جدول ۱ تعداد ارسال‌های مورد نیاز شامل نتایج بدست آمده از شبیه سازی و پیاده سازی مدل را برای کدگشایی یک نسل از بسته‌های خام را با اندازه‌های متفاوت نشان می‌دهد. جدول ۱ به وضوح اختلاف ناچیز ناشی از شبیه سازی و پیاده سازی را نمایش می‌دهد، جایی که حداکثر اختلاف از لحاظ جذر مربعات ۰/۰۷ است. این جدول همچنین تأثیر سطح تنکی و میدان متناهی بر تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی یک نسل را نیز نمایش می‌دهد. می‌توان نتیجه گرفت برای یک نسل هرچه قدر تنکی بیشتر باشد (ω کوچکتر) تعداد ارسال‌های بیشتری برای کدگشایی آن نیاز است. برای مثال برای تمام نسل‌ها جایی که تنکی برابر ۲ است بیشترین تعداد ارسال مورد نیاز است. این نتیجه ناشی از قابلیت کدگشایی جزئی است زیرا بعد از تعدادی ارسال فرآیند کدگشایی بسته‌های خام آغاز می‌شود و هرچه تنکی بیشتر باشد امکان تشکیل بسته‌های کدشده از بسته‌های خام کدگشایی شده بالاتر می‌روند، در نتیجه احتمال ارسال بسته‌ی غیر مفید بیشتر می‌شود. همچنین به طور مشخص می‌توان نتیجه گرفت که هرچه سطح تنکی کمتر باشد تعداد ارسال‌های کمتری برای کدگشایی یک نسل مورد نیاز است. به طوری که وقتی به $\omega = n$ یا همان RLNC می‌رسیم تعداد ارسال‌ها کمینه می‌شود. علت این است که کدگذاری شبکه با بازخورد بسته‌های کدگشایی شده را از بسته‌های کد شده جدا کرده و آن‌ها را ارسال نمی‌کند.

شکل ۴ نشان می‌دهد دقت مدل ارائه شده در [۱۴، ۱۵] بالا است و مدل به درستی می‌تواند رفتار سیستم در یک کانال خطا دار را برای سطوح تنکی و میدان‌های متناهی متفاوت نشان دهد. همچنین مشاهده می‌کنیم هرچه خطا بیشتر شود به تعداد ارسال بیشتری برای کدگشایی ۴۰ بسته خام نیاز است. در شکل ۴ تأثیر سطح تنکی به خوبی نشان داده می‌شود جایی که هرچه سطح تنکی بیشتر باشد کدگشایی جزئی در کانال خطا دار تسریع می‌شود.

میدان‌هایی با اندازه‌ی بزرگ و تنکی ۲ معتبر است. علت این امر که مدل ارائه شده فقط برای $\omega = 2$ می‌باشد این است که مدل به صورت گراف است و از یال برای دو بسته استفاده شده است بنابراین $\omega = 2$ می‌باشد. برای $\omega > 2$ هاپیر گراف در نظر گرفته می‌شود که در این مقاله به آن نپرداخته‌ایم و این موضوع به عنوان کارهای آینده قابل بحث و بررسی می‌باشد.

گراف غیر جهت دار کام $G = (V, E)$ را در نظر بگیرید جایی که V نشان‌دهنده‌ی مجموعه‌ی رئوس متناظر با بسته‌های خام و E مجموعه‌ی یال‌های متناظر با بسته‌های کد شده با تنکی ۱۲ است. برای واضح تر شدن تعریف‌های بالا مثال زیر را شرح می‌دهیم. برای حالتی که $n = 5$ و $q = 7$ است. مجموعه‌های زیر را به عنوان مجموعه‌ای از بسته‌های کد شده در نظر بگیرید.

$$H_1 = s_5 + 3s_4 + 4s_3 + 2s_2 + s_1$$

$$H_2 = s_2 + 2s_1 + s_3 + s_2 + 3s_2 + 5s_1 + s_4 + 4s_3$$

$$H_3 = 6s_1 + 5s_2 + 2s_5 + 4s_1 + 3s_3 + 3s_2 + s_5 + 2s_4 + s_4 + 6s_5$$

شکل ۳ مدل مبتنی بر گراف H_1 ، H_2 و H_3 را نمایش می‌دهد.

در حالتی که H_1 مجموعه‌ی بسته‌های دریافت شده توسط مقصد باشد، قادر به کدگشایی هیچ کدام از بسته‌های خام نخواهد بود. در حالت H_2 مقصد قادر به کدگشایی بسته‌های خام $s_1 + s_2 + s_3$ خواهد بود. اما در حالت H_3 مقصد کل بسته‌های خام مجموعه‌ی n را کدگشایی خواهد کرد. این مثال نشان می‌دهد وجود دور در مدل مبتنی بر گراف به معنای کدگشایی تمام بسته‌های خام شرکت کننده در دور است. همچنین بسته‌های خامی که با بسته‌های خام شرکت کننده در دور یال مشترک دارند نیز کدگشایی خواهند شد. نتیجه ذکر شده به این سبب است که برای شکل گیری یک دور با تعداد راس n تعداد n یال نیز موجود است. از طرفی می‌دانیم برای کدگشایی n بسته خام به n بسته کدشده نیاز است.

۶-۱- کران بالا برای تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی

یک نسل

درخت پوشای تصادفی S را روی گراف دلخواه G در نظر بگیرید. اضافه کردن یک یال بین دو راس دلخواه به معنای شکل گیری یک دور است که آن را با C نشان می‌دهیم. با توجه به اینکه S تمام راس‌های گراف را ملاقات کرده بنابراین C منجر به کدگشایی همه بسته‌های خام متناظر با راس‌ها خواهد شد. از طرفی ذکر این نکته ضروری است که حالت‌هایی برای کدگشایی همه بسته‌های یک نسل وجود دارند درحالی که در گراف تشکیل شده امکان ایجاد درخت پوشای تصادفی وجود ندارد. مثال زیر این نتیجه گیری را به طور واضح نشان می‌دهد.

$$H_1 = s_1 + 3s_2 + 4s_2 + 2s_3 + s_1 + 2s_2 + s_5 + s_4 + 4s_5 + 6s_4$$

گیرنده تمام بسته‌ها را کدگشایی خواهد کرد درحالی که به دلیل غیرمتصل بودن گراف امکان تشکیل درخت پوشای تصادفی وجود ندارد. بر طبق تو صیفات بالا می‌توان نتیجه گرفت مسئله تولید درخت تصادفی یک کران بالا برای تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی

جدول ۱: میانگین تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی کل یک نسل برای پیکره‌بندی‌های مختلف

$q=2$ (آ)

RLNC	$\omega=10$	$\omega=13$	$\omega=11$	$\omega=9$	$\omega=7$	$\omega=5$	$\omega=3$	$\omega=2$		
۹/۶۱ -	- -	- -	- -	- -	۹/۶۵ ۹/۳۱	۱۰/۵ ۹/۹	۱۴/۸۵ ۱۳/۹۲	۲۱/۱۳ ۲۱/۰۹	شبه سازی مدل	n = ۸
۱۷/۶۳ -	۱۷/۶۳ ۱۷/۵۳	۱۷/۶۵ ۱۷/۵۳	۱۷/۶۹ ۱۷/۴۹	۱۷/۸۹ ۱۷/۴۲	۱۸/۸۴ ۱۸/۳۱	۲۳/۰۴ ۲۲/۳۴	۳۵/۹۶ ۳۳/۹۱	۵۳/۹۸ ۵۲/۴۲	شبه سازی مدل	n = ۱۶
۳۲/۹۲ -	۳۳/۱۳ ۳۳/۰۳	۳۳/۶۹ ۳۳/۰۵	۳۳/۹۶ ۳۳/۲۵	۳۵/۱۴ ۳۴/۴۷	۳۷/۴۵ ۳۶/۷۹	۵۲/۷۰ ۵۱/۰۹	۸۷/۰۲ ۸۵/۸۱	۱۲۹/۶۷ ۱۲۸/۰۶	شبه سازی مدل	n = ۳۲
۶۵/۵۶ -	۶۶/۶۱ ۶۵/۷۵	۶۶/۱۴ ۶۵/۶۹	۶۷/۷۹ ۶۷/۲۱	۷۲/۳۷ ۷۲/۰۱	۸۷/۹۸ ۸۷/۲۷	۱۲۱/۷۷ ۱۲۰/۹۷	۲۰۲/۶۶ ۲۰۱/۵۷	۲۸۶/۶۵ ۲۸۴/۹۲	شبه سازی مدل	n = ۶۴
۱۲۹/۶۱ -	۱۳۱/۴۷ ۱۳۱/۹۶	۱۳۲/۸۵ ۱۳۱/۹۵	۱۳۸/۹۱ ۱۲۸/۳۱	۱۵۷/۱۵ ۱۵۶/۵۹	۱۹۷/۹۳ ۱۹۷/۳۱	۲۷۷/۷۱ ۲۷۶/۹۴	۴۶۳/۹۷ ۴۶۲/۷۲	۶۹۴/۹۷ ۶۹۳/۱۴	شبه سازی مدل	n = ۱۲۸

$q=2^2$ (ب)

RLNC	$\omega=15$	$\omega=13$	$\omega=11$	$\omega=9$	$\omega=7$	$\omega=5$	$\omega=3$	$\omega=2$		
۸/۰۷ -	- -	- -	- -	- -	۸/۰۸ ۸/۰۶	۸/۱۱ ۸/۰۸	۸/۷۵ ۸/۳۱	۱۱/۶۹ ۱۰/۷۱	شبه سازی مدل	n = ۸
۱۶/۰۶ -	۱۶/۰۷ ۱۶/۰۶	۱۶/۰۷ ۱۶/۰۶	۱۶/۰۸ ۱۶/۰۶	۱۶/۰۱ ۱۶/۰۵	۱۶/۳۱ ۱۶/۰۹	۱۷/۰۶ ۱۶/۵۱	۱۹/۹۹ ۱۹/۰۲	۲۹/۱۸ ۲۸/۰۹	شبه سازی مدل	n = ۱۶
۳۲/۰۷ -	۳۲/۰۶ ۳۲/۰۵	۳۲/۰۷ ۳۳/۰۵	۳۲/۰۸ ۳۳/۰۶	۳۲/۱۹ ۳۲/۱۲	۳۳/۲۳ ۳۲/۱۴	۳۶/۷۹ ۳۶/۰۱	۴۵/۹۷ ۴۴/۸۷	۶۹/۹۱ ۶۸/۷۴	شبه سازی مدل	n = ۳۲
۶۴/۰۷ -	۶۴/۰۹ ۶۴/۰۸	۶۴/۲۲ ۶۴/۱۹	۶۴/۶۹ ۶۴/۳۱	۶۵/۹۷ ۶۵/۱۸	۷۰/۲۲ ۶۹/۴۱	۸۲/۸۱ ۸۱/۹۳	۱۰۸/۱۲ ۱۰۷/۹۵	۱۶۰/۲۶ ۱۵۸/۷۷	شبه سازی مدل	n = ۶۴
۱۲۸/۰۶ -	۱۲۸/۰۷ ۱۲۸/۰۵	۱۲۹/۳ ۱۲۸/۱۴	۱۳۰/۰۷ ۱۲۹/۹۸	۱۳۶/۰۵ ۱۳۵/۷۹	۱۵۱/۵ ۱۵۰/۷۶	۱۸۴/۵۶ ۱۸۳/۶۹	۲۴۷/۲۱ ۲۴۶/۰۶	۳۷۲/۱۳ ۳۷۰/۵۵	شبه سازی مدل	n = ۱۲۸

$q=2^{32}$ (ج)

RLNC	$\omega=10$	$\omega=13$	$\omega=11$	$\omega=9$	$\omega=7$	$\omega=5$	$\omega=3$	$\omega=2$		
۸ -	- -	- -	- -	- -	۸ ۸/۰۰۵	۸/۰۳ ۸/۰۱	۸۷/۸ ۸/۴۱	۹/۳۵ ۸/۸۴	شبه سازی مدل	n = ۸
۱۶ -	۱۶ ۱۶	۱۶ ۱۶	۱۶ ۱۶	۱۶/۰۲ ۱۶/۰۱	۱۶/۰۸ ۱۸/۰۷	۱۶/۲۱ ۱۶/۱۵	۱۷/۵۵ ۱۶/۷۶	۲۶/۹۷ ۲۵/۶۱	شبه سازی مدل	n = ۱۶
۳۲ -	۳۲ ۳۲	۳۲ ۳۲	۳۲ ۳۲.۰۰۱	۳۲/۰۱ ۳۲/۰۰۱	۳۲/۰۶ ۳۲/۰۳	۳۲/۸۷ ۳۲/۳۱	۴۲ ۴۱/۱۷	۶۵/۲۳ ۶۴/۰۵	شبه سازی مدل	n = ۳۲
۶۴ -	۶۴ ۶۴	۶۴ ۶۴	۶۴/۰۱ ۶۴/۰۰۶	۶۴/۰۹ ۶۳/۹۹	۶۴/۳۷ ۶۳/۸۵	۶۸/۳ ۶۷/۷۳	۹۹/۰۵ ۹۸/۴۲	۱۵۱/۱۹ ۱۵۰/۸۵	شبه سازی مدل	n = ۶۴
۱۲۸ -	۱۲۸ ۱۲۸/۰۱	۱۲۸/۰۲ ۱۲۸/۰۱	۱۲۸/۸ ۱۲۸/۳	۱۲۸/۱۹ ۱۲۸/۰۹	۱۲۹/۷۷ ۱۲۸/۰۱	۱۴۴/۰۷ ۱۴۳/۶۹	۲۳۲/۶۲ ۲۳۱/۷۴	۳۴۷/۲۲ ۳۴۶/۰۱	شبه سازی مدل	n = ۱۲۸

جدول ۲: میانگین تأخیر کدگذاری بر بسته برای میدان‌هایی با اندازه‌ی متفاوت

$$q = 2 \quad (\text{آ})$$

RLNC	$\omega=15$	$\omega=13$	$\omega=11$	$\omega=9$	$\omega=7$	$\omega=5$	$\omega=3$	$\omega=2$		
۷.۵۸ -	- -	- -	- -	- -	۷.۲ ۶.۴۱	۷.۱۹ ۶.۴۷	۷.۴۵ ۶.۵۹	۹/۰۶ ۷/۹۱	شبیه‌سازی مدل	n = ۸
۱۵/۵۵ -	۱۵/۵۴ ۱۴/۸۸	۱۵/۵۳ ۱۴/۸۵	۱۵/۴۶ ۱۴/۸۱	۱۵/۲۸ ۱۴/۷۳	۱۴/۰۸ ۱۴/۰۱	۱۳/۹۹ ۱۳/۰۱	۱۴/۵۸ ۱۳/۲۱	۱۸/۲۷ ۱۶/۸۱	شبیه‌سازی مدل	n=۱۶
۳۱/۵۱ -	۳۱/۵۰ ۳۱/۰۹۴	۳۱/۴۵ ۳۰/۸۶	۳۱/۳۰ ۳۰/۷۵	۳۰/۹۲ ۳۰/۰۸	۲۹/۶۹ ۲۸/۹۱	۲۷/۹۱ ۲۷/۰۱	۲۹/۶۱ ۲۸/۰۱	۳۶/۷۷ ۳۵/۰۲	شبیه‌سازی مدل	n=۳۲
۶۳/۵۱ -	۶۳/۴۴ ۶۳/۰۱	۶۳/۴۲ ۶۲/۸۴	۶۳/۴۰ ۶۲/۷۱	۶۲/۳۹ ۶۱/۶۵	۵۹/۷۷ ۵۹/۰۱	۵۴/۸۰ ۵۴/۳۵	۵۹/۱۸ ۵۷/۴۱	۷۴/۱۷ ۷۲/۶۶	شبیه‌سازی مدل	n=۶۴
۱۲۷/۴۷ -	۱۲۷/۰۴۳ ۱۲۶/۱۹	۱۲۸/۲۱ ۱۲۶/۰۹	۱۲۸/۸۱ ۱۲۵/۷۴	۱۲۵/۲۶ ۱۲۴/۴۱	۱۲۰/۳۰ ۱۱۹/۱۹	۱۳۹/۳۱ ۱۰۹/۱	۱۱۸/۱۱ ۱۱۶/۶۱	۱۴۸/۴۹ ۱۴۶/۶۱	شبیه‌سازی مدل	n=۱۲۸

$$q = 2^4 \quad (\text{ب})$$

RLNC	$\omega=15$	$\omega=13$	$\omega=11$	$\omega=9$	$\omega=7$	$\omega=5$	$\omega=3$	$\omega=2$		
۷/۶۹ -	- -	- -	- -	- -	۷/۶۸ ۶/۹۷	۷/۶۵ ۶/۹۱	۷/۲۳ ۶/۸۷	۶/۴۳ ۵/۴۱	شبیه‌سازی مدل	n = ۸
۱۵/۴۲ -	۱۵/۴۲ ۱۴/۱۵	۱۵/۴۲ ۱۴/۱	۱۵/۴۲ ۱۳/۹۸	۱۵/۴۲ ۱۳/۹۳	۱۵/۴۲ ۱۳/۸۱	۱۵/۳۷ ۱۳/۷۶	۱۴/۴۷ ۱۲/۶۱	۱۲/۸۱ ۱۰/۴۱	شبیه‌سازی مدل	n=۱۶
۳۱/۱۹ -	۳۱/۱۹ ۳۰/۴۳	۳۱/۱۹ ۳۰/۴۲	۳۱/۱۹ ۳۰/۴۱	۳۱/۱۸ ۳۰/۳۷	۳۱/۱۸ ۳۰/۰۱	۳۰/۷۷ ۲۹/۵۱	۲۹/۱۹ ۲۷/۷۳	۲۵/۶۱ ۲۴/۱۴	شبیه‌سازی مدل	n=۳۲
۶۳/۰۹ -	۶۳/۰۹ ۶۲/۲	۶۳/۰۸ ۶۲/۱	۶۳/۰۸ ۶۲/۰۹	۶۳/۰۸ ۶۲/۰۷	۶۳/۰۵ ۶۱/۹۲	۶۲/۸۵ ۵۹/۴۳	۵۸/۸۲ ۵۷/۳۷	۵۱/۱۶ ۴۸/۶	شبیه‌سازی مدل	n=۶۴
۱۲۷/۰۸ -	۱۲۷/۰۷ ۱۲۶/۴۱	۱۲۷/۰۷ ۱۲۶/۱۲	۱۲۷/۰۷ ۱۲۶/۰۱	۱۲۷/۰۸ ۱۲۵/۰۹	۱۲۷/۰۰۹ ۱۲۵/۸۴	۱۲۶/۴ ۱۲۴/۷۷	۱۱۸/۰۳ ۱۱۶/۴۱	۱۰۲/۲۳ ۱۰۰/۰۳	شبیه‌سازی مدل	n=۱۲۸

$$q = 2^{32} \quad (\text{ج})$$

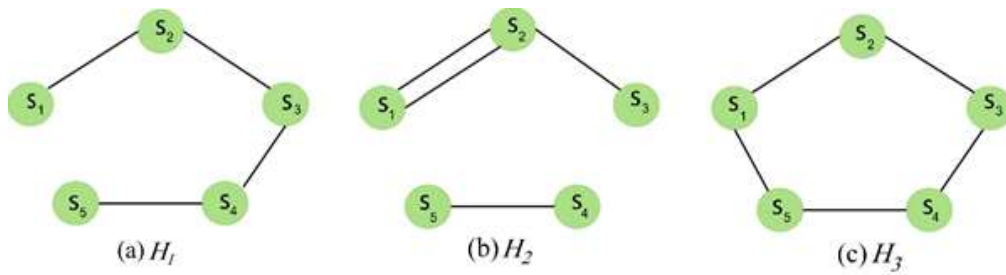
RLNC	$\omega=15$	$\omega=13$	$\omega=11$	$\omega=9$	$\omega=7$	$\omega=5$	$\omega=3$	$\omega=2$		
۸ -	- -	- -	- -	- -	۸ ۷/۵۶	۷/۹۹ ۷۷/۲۱	۷/۵۹ ۶/۸۱	۶/۵۵ ۵/۶۱	شبیه‌سازی مدل	n = ۸
۱۶ -	۱۶ ۱۵/۶۴	۱۶ ۱۵/۵۴	۱۶ ۱۵/۵	۱۶ ۱۵/۴۲	۱۵/۹۹ ۱۵/۳۱	۱۵/۹۳ ۱۵/۱۷	۱۵/۰۲ ۱۳/۹۹	۱۳/۱۶ ۱۲/۰۱	شبیه‌سازی مدل	n=۱۶
۳۲ -	۳۲ ۳۱/۵۱	۳۲ ۳۱/۴۷	۳۲ ۳۱/۲۹	۳۱/۹۹ ۳۱/۲۲	۳۱/۹۸ ۳۱/۱۳	۳۱/۸۹ ۳۱/۰۶	۳۰/۰۱ ۰۲/۲۹	۲۶/۲۷ ۲۵/۰۱	شبیه‌سازی مدل	n=۳۲
۶۴ -	۶۴ ۶۳/۴۶	۶۴ ۶۳/۳۴	۶۴ ۶۳/۲۷	۶۳/۹۹ ۶۳/۲۵	۶۳/۹۵ ۶۳/۲۲	۶۳/۵۷ ۶۲/۹۱	۶۰/۲۹ ۵۹/۰۱	۵۲/۴۲ ۵۱/۱۲	شبیه‌سازی مدل	n=۶۴
۱۲۸ -	۱۲۸ ۱۲۷/۳۹	۱۲۸ ۱۲۷/۲۱	۱۲۸ ۱۲۷/۱۹	۱۲۷/۹۹ ۱۲۷/۰۱	۱۲۷/۹۸ ۱۲۶/۹۵	۱۲۷/۰۹ ۱۲۶/۰۳	۱۲۰/۷۶ ۱۱۹/۲۴	۱۰۵/۷۹ ۱۰۴/۰۰۱	شبیه‌سازی مدل	n=۱۲۸

جدول ۳: مقایسه روش‌های کدگذاری تنک از لحاظ تعداد ارسال

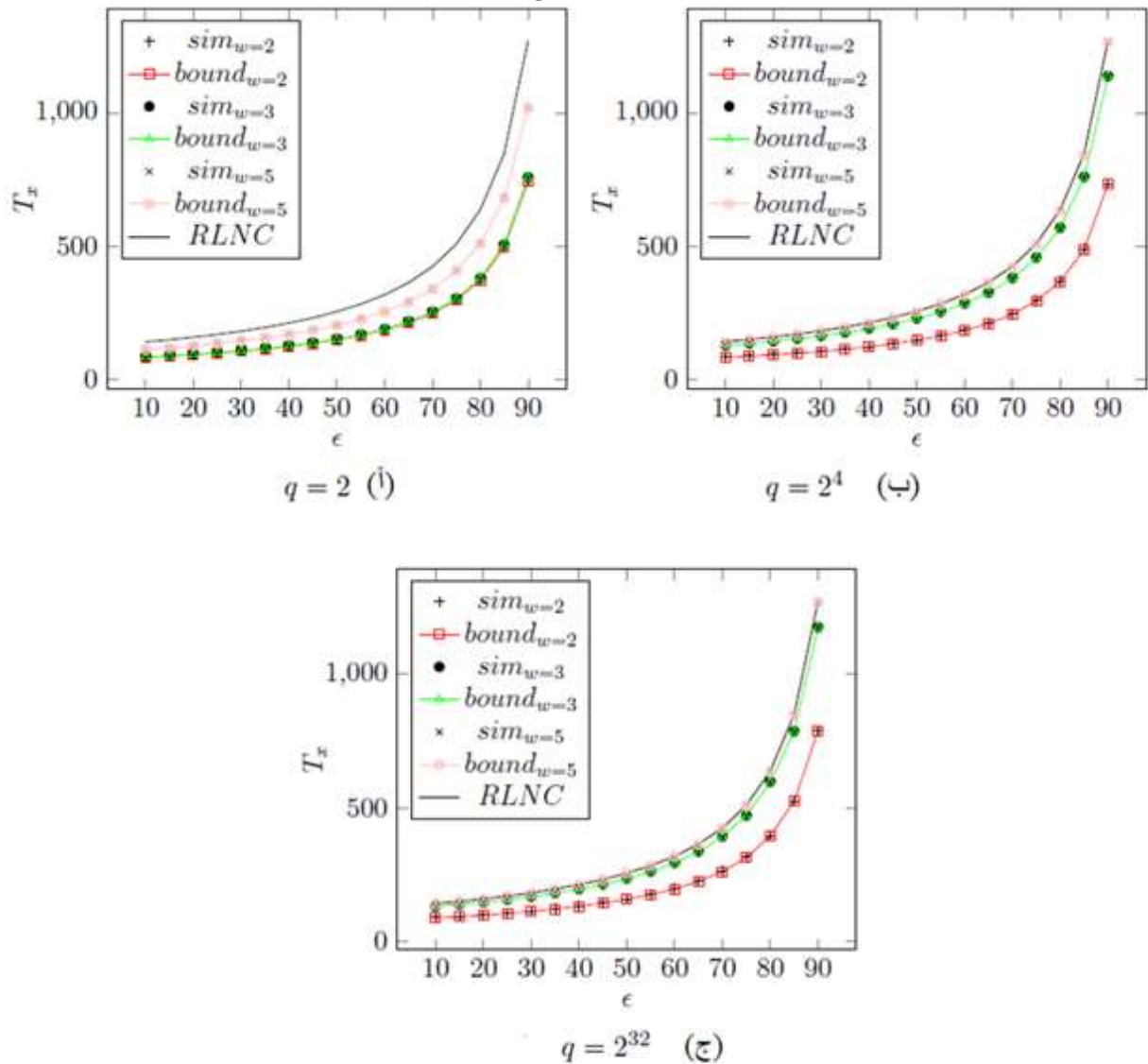
کدگذاری شبکه تنک با بازخورد	کدگذاری شبکه تنک	$\omega = 2$
۱۱/۶۲	۱۷/۴۵	$n = ۸, q = ۲$
۱۲/۷۹	۲۰/۶۶	$n = ۹, q = ۲$
۱۴/۲۸	۲۳/۲۲	$n = ۱۰, q = ۲$
۱۵/۵۴	۲۶/۰۵۹	$n = ۱۱, q = ۲$
۱۶/۹۳	۲۹/۵۰	$n = ۱۲, q = ۲$
۱۸/۳۷	۳۲/۵۷	$n = ۱۳, q = ۲$
۷/۰۰۸	۸/۰۳	$n = ۷, q = ۲^۸$
۸/۰۰۷	۹/۴	$n = ۸, q = ۲^۸$
۹/۰۰۷	۱۰/۹۲	$n = ۹, q = ۲^۸$
۱۰/۰۰۵	۱۲/۳۳	$n = ۱۰, q = ۲^۸$
۱۱/۰۰۹	۱۳/۸۷	$n = ۱۱, q = ۲^۸$
۱۲/۰۱۴	۱۵/۴۷	$n = ۱۲, q = ۲^۸$
۱۳/۰۱۲	۱۷/۰۰	$n = ۱۳, q = ۲^۸$
۷	۷/۹۴	$n = ۷, q = ۲^{۱۶}$
۸	۹/۴۷	$n = ۸, q = ۲^{۱۶}$
۹	۱۰/۷۲	$n = ۹, q = ۲^{۱۶}$
۱۰	۱۲/۳۰	$n = ۱۰, q = ۲^{۱۶}$
۱۱	۱۳/۷۹	$n = ۱۱, q = ۲^{۱۶}$
۱۲	۱۵/۳۰	$n = ۱۲, q = ۲^{۱۶}$
۱۳	۱۶/۹۳	$n = ۱۳, q = ۲^{۱۶}$

جدول ۴: مقایسه روش‌های کدگذاری تنک از لحاظ میانگین زمان کدگذاری

کدگذاری شبکه تنک با بازخورد	کدگذاری شبکه تنک	
۶/۹۹	۹/۲۳	$n = ۸, q = ۲$
۷/۸۸	۱۰/۳۵	$n = ۹, q = ۲$
۸/۶۵	۱۱/۵۴	$n = ۱۰, q = ۲$
۹/۳۶	۱۲/۸۸	$n = ۱۱, q = ۲$
۱۰/۱۲	۱۳/۷۱	$n = ۱۲, q = ۲$
۱۰/۹۶	۱۴/۹۸	$n = ۱۳, q = ۲$
۵/۸۴	۵/۶۸	$n = ۷, q = ۲^۸$
۶/۶۱	۶/۴۱	$n = ۸, q = ۲^۸$
۷/۳۵	۷/۲۴	$n = ۹, q = ۲^۸$
۸/۱۰	۸/۰۶	$n = ۱۰, q = ۲^۸$
۸/۸۴	۸/۸۴	$n = ۱۱, q = ۲^۸$
۹/۶۲	۱۰/۵۸	$n = ۱۲, q = ۲^۸$
۱۰/۴۰	۱۲/۲۳	$n = ۱۳, q = ۲^۸$
۵/۸۱	۵/۶۴	$n = ۷, q = ۲^{۱۶}$
۶/۵۶	۶/۴۸	$n = ۸, q = ۲^{۱۶}$
۷/۳۳	۷/۲۹	$n = ۹, q = ۲^{۱۶}$
۸/۱۶	۸/۰۹	$n = ۱۰, q = ۲^{۱۶}$
۸/۸۳	۸/۸۸	$n = ۱۲, q = ۲^{۱۶}$
۹/۶۹	۹/۷۱	$n = ۱۳, q = ۲^{۱۶}$
۱۰/۳۸	۱۰/۵۳	$n = ۱۴, q = ۲^{۱۶}$



شکل ۳: مدل مبتنی بر گراف



شکل ۴: مقایسه روش‌های کدگذاری تنک برای تنکی‌های مختلف در کانال خطا دار با نرخ خطای مختلف از لحاظ تعداد ارسال‌های مورد نیاز برای کدگشایی ۴۰ بسته خام زمانی که اندازه کل بسته‌های خام ۱۲۸ است

۸- نتیجه گیری

ما در این مقاله با توسعه‌ی نتایج ارائه شده در [۱۴، ۱۵] نتایج شبیه‌سازی گسترده‌ای را برای کدگذاری شبکه تنک ارائه کردیم. مدل ارائه شده قادر بود تأثیر میدان متناهی بر دو عملکرد تعداد ارسال‌ها و تأخیر کدگذاری بسته را بررسی کند. ما با استفاده از شبیه‌سازی نشان دادیم کران‌های پایین ارائه شده دقت بالایی دارند و به خوبی رفتار کدگذاری شبکه تنک را تقلید می‌کنند. در ادامه روش کدگذاری شبکه تنک با بازخورد معرفی شد و در بخش شبیه‌سازی نشان دادیم این روش تعادل بهتری را از نظر تعداد ارسال و تأخیر کدگذاری برای سیستم ایجاد می‌کند. در پایان یک مدل مبتنی بر گراف برای کدگذاری شبکه تنک معرفی شد و یک کران بالا بر اساس مسئله درخت پوشای تصادفی برای تعداد ارسال‌ها ارائه شد.

مراجع

- [7] T. Ho, M. Medard, J. Shi, M. Effros, and D. R. Karger, *On Randomized Network Coding*, In Proceedings of the Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing, vol.41, no.1, pp.11-20, 2003.
- [8] D. Silva, W. Zeng, and F. R. Kschischang, *Sparse Network Coding with Overlapping Classes*. 2009 Workshop on Network Coding, Theory, and Applications, pp.74-79, 2009.
- [9] Ch. W. Sorensen, A. S. Badr, J. A. Cabrera, D. E. Lucani, J. Heide, and F. H. P. Fitzek, *A Practical View on Tunable Sparse Network Coding*, Proceedings of European Wireless 2015; 21th European Wireless Conference, pp.1-6, 2015.
- [10] S. Sanghavi, *Intermediate Performance of Rateless Codes*, 2007 IEEE Information Theory Workshop, pp.478-48, 2007.
- [11] A. Talari and N. Rahnavard, "On the intermediate symbol recovery rate of rateless codes", IEEE Transactions on Communications, vol.60, no.5, pp.1237-1242, 2012.
- [12] B. Jun, P. Yang, J. No, and H. Park, "New fountain codes with improved intermediate recovery based on batched zigzag coding," IEEE Transactions on Communications, vol.65, no.1, pp.23-36, 2017.
- [13] A. Kamra, V. Misra, J. Feldman, and D. Rubenstein, *Growth codes: maximizing sensor network data persistence*, Proceedings of The 2006 Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communications, pp.255-266, 2006.
- [14] A. Zarei, P. Pahlevani and M. Davoodi, "On the partial decoding delay of sparse network coding," IEEE Communications Letters, vol. 22, pp.1668-1671, 2018.
- [15] A. Zarei, P. Pahlevani and D. E. Lucani, "An Analytical model for sparse network codes: Field Size considerations," IEEE Communications Letters, vol.24, pp.729 -733, 2020.
- [16] L. Peterson and B. Davie, *Computer networks: a systems approach*, Elsevier, 2007.
- [17] D. B. Wilson, *Generating Random Spanning Trees More Quickly Than The Cover Time*, Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing, pp.296-303, 1996.
- [18] M. Pedersen, J. Heide and F.H.Fitzek, *KODO: An Open And Research Oriented Network Coding Library*, International Conference on Research in Networking, pp.145-152, 2011.
- [1] N. Panwar, Sh. Sharma and A. K. Singh, "A survey on 5g: the next generation of mobile communication," Physical Communication, vol.18, pp.64-84, 2016.
- [2] N. Cvijetic, *Optical Network Evolution For 5g Mobile Applications And SDN-based Control*, 2014 16th International Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium (Networks), pp.1-5, 2014.
- [3] P. Garrido, D. E. Lucani, and R. Agüero, "A markov chain model for the decoding probability of sparse network coding," IEEE Transactions on Communications, vol.65, no.4, pp.1675-1685, 2017.
- [4] P. Garrido, D. E. Lucani, and R. Agüero, *How to tune sparse network coding over wireless links*, 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), pp 1-6, 2017.
- [5] J. Heide, M. V. Pedersen, F. K. H. P. Fitzek, and M. Médard, "On code parameters and coding vector representation for practical rlnc," 2011 IEEE International Conference on Communications (ICC), pp1-5, 2011.
- [6] T. Ho, M. Médard, R. Koetter, D. R. Karger, M. Effros, J. Shi, and B. Leong, "A random linear network coding approach to multicast," IEEE Transactions on Information Theory, vol.52, no.10, pp.4413-4430, 2006.

زیر نویس‌ها

- ¹⁰ Sparse Network Coding
¹¹ Decoding Matrix
¹² Partial Decoding
¹³ Markov Chain
¹⁴ Real-Time Applications
¹⁵ Gauss-Jordan Elimination
¹⁶ Reduced Row Echelon Form
¹⁷ Absorbing Markov chain

- ¹ Fifth Generation Communication
² Error-Prone Network
³ Network Coding
⁴ Fountain Codes
⁵ Recoding
⁶ Random Linear Network Coding (RLNC)
⁷ Finite Field
⁸ Encoder
⁹ Decoder