

## ارزیابی تأخیر کدگشایی در روش کدگذاری پرچوال

ساناز محمدی<sup>۱</sup>، کارشناسی ارشد علوم کامپیوتر، پیمان پهلوانی<sup>۲</sup>، استادیار

۱- دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان - ایران - mohammadi.s@iasbs.ac.ir

۲- دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان - ایران - pahlevani@iasbs.ac.ir

**چکیده:** کدگذاری پرچوال روش کدگذاری تنک است که ضرایب به صورت ساختار یافته برای عملیات کدگذاری استفاده می‌شود. نشان داده شده است که این روش پیچیدگی محاسباتی روش کدگذاری خطی تصادفی را کاهش می‌دهد. هدف از این مقاله بیان یک مدل ریاضی برای نشان دادن عملکرد کدگذاری پرچوال است و نشان دادن این مطلب که در کدگذاری پرچوال در کانال‌های دارای خطا بسته‌های وابسته‌ی خطی ار سالی به شدت به پارامتر عرض ( $\omega$ ) بستگی دارد. پارامتر عرض به تعداد ضرایب غیر صفر پشت سر هم که در هر بسته‌ی کد شده بعد از عنصر محور می‌آید گفته می‌شود. سپس یک مدل تحلیلی ریاضی برای تعداد بسته‌های ارسال شده ارائه می‌شود که مدل ارائه شده تعداد بسته‌ها را تا دور دوم پیشبینی می‌کند. در نهایت یک توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در دور  $k$  ام را بدست می‌آوریم و آنرا از طریق شبیه سازی اعتبار سنجی می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که برای احتمال خطای کوچک و ( $\omega$ ) کم، مقدار سربار حتی می‌تواند به عددی نزدیک ۷۰٪ برسد. برای کاهش سربار فرستنده باید مقدار ( $\omega$ ) به صورت درست انتخاب شود و انتخاب درست ( $\omega$ ) به شدت به احتمال خطای کانال وابسته است. همچنین برای  $\omega = 5$  و اندازه‌ی نسل برابر با  $g = 256$  و احتمال پایین خطا در کانال ارتباطی، گره مقصد به طور میانگین ۷۰٪ بسته‌ی اضافی دریافت می‌کند. با افزایش ( $\omega$ )، سربار کمتر می‌شود و برای  $\omega \geq 60$  این مقدار قابل چشم پوشی است. همچنین نشان دادیم که روش ارائه شده به دلیل کاهش ۳۷/۴۴ درصدی میانگین تأخیر کدگشایی، بهبود مناسبی در کارایی سیستم ایجاد می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** شبکه، کدگذاری کانال، RLNC، پرچوال، کدگشایی.

## Evaluation of Decoding Delay in the Perpetual Coding

Sanaz Mohammadi, MSc Student<sup>1</sup>, Peyman Pahlevani, Assistant Professor<sup>2</sup>

1- Department of Computer Science and Information Technology, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran, Email: mohammadi.s@iasbs.ac.ir

2- Department of Computer Science and Information Technology, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran, Email: pahlevani@iasbs.ac.ir

**Abstract:** Perpetual coding is a sparse coding method in which coefficients are used in a structured way for coding operations. It has been shown that this method reduces the computational complexity of the random linear network coding method. The purpose of this paper is to articulate a mathematical model to illustrate the performance of perpetual coding, and to show that in a perpetual coding with the presence of an erasure channel the number of linear dependent packet transmissions is highly dependent on a parameter called the width ( $\omega$ ) which represents the number of consecutive non-zero coding coefficients present in each coded packet after a pivot element. Then, a mathematical analytical model for the number of transmitted packets is provided, which predicts the number of packets until the second round. Finally, we obtain the probability of the packet's decoding in round  $k$  and validate it by simulation. The results show that for low error probability and small ( $\omega$ ) on the link, overhead value can even reach a number close to 70%. To reduce the transmitter overhead, the ( $\omega$ ) value must be selected correctly, and the correct choice of ( $\omega$ ) is highly dependent on the probability of channel error. Also, for  $\omega = 5$ , generation size  $g = 256$  and low erasure probability on the link, a destination can receive up to 70% overhead on average. Moreover, by increasing the width, the overhead decreases and for  $\omega \geq 60$  it becomes negligible. We show that our mechanism reduces the delay by 37.44 percent.

**Keywords:** Network, Channel Coding, RLNC, Perpetual, Decoding.

نام نویسنده مسئول: پیمان پهلوانی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - زنجان - گاوزنگ - دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - دانشکده علوم رایانه و فناوری اطلاعات و کامپیوتر

## ۱- مقدمه

در پیاده‌سازی عملی شبکه‌های بی‌سیم داده‌های منتقل شده تحت تأثیر ویژگی‌های کانال مانند اختلال، تداخل و کاهش توان سیگنال قرار می‌گیرند. در نتیجه، داده‌ی دریافت شده توسط گیرنده ممکن است با داده‌ی ارسال شده متفاوت باشد و داده دچار خطا شود. کدگذاری کانال مجموعه‌ای از روش‌ها در سیستم‌های ارتباط دیجیتال برای کنترل خطا است. کدگذاری شبکه‌ی روشی نوینی است که مزایای زیادی در کاربردهای مختلفی مانند ذخیره‌سازی و ارتباطات کامپیوتری دارد. در روش NC هر یک از گره‌ها می‌توانند بسته‌ها را کدگذاری کنند، برخلاف روش‌های دیگر (مانند LT [۱] و رپتور [۲]) که در آن‌ها تنها گره‌های مبدا و مقصد عملیات کدگذاری و کدگشایی را انجام می‌دهند. در کارهای اولیه که توسط آسوید و همکارانش انجام شد، نشان داده شد که در ارتباط یک به چند با استفاده از کدگذاری شبکه می‌توان از ظرفیت کانال به صورت بیشینه استفاده کرد [۳].

لی و همکارانش [۴] نشان دادند که در ارتباط یک به چند کدگذاری شبکه‌ی خطی برای دستیابی به بیشینه‌ی ظرفیت کانال کافی است. کدگذاری خطی تصادفی شبکه<sup>۲</sup> برای نخستین بار توسط مدارد و همکارانش [۵] در سال ۲۰۰۶ ارائه شد. در این روش برای تولید یک بسته‌ی کد شده باید ضرایب به صورت تصادفی از یک فضای متناهی<sup>۲</sup> انتخاب شوند و سپس به صورت خطی با یکدیگر ترکیب شوند. انتخاب تصادفی ضرایب، این امکان را فراهم می‌کند که تعداد بسیار زیادی بسته کد شده تولید شود. بسته‌ی اولیه را می‌توان با هر ترکیب کافی از داده‌های کد شده، کدگشایی کرد. یکی دیگر از ویژگی‌های RLNC قابلیت این روش در ارسال داده با هر نرخ ارسال است. با توجه به این ویژگی‌ها، پیاده‌سازی RLNC ساده است و به عنوان روشی مناسب برای شبکه‌های بی‌سیم به کار می‌رود. یکی دیگر از مواردی که در ارتباط بی‌سیم اهمیت می‌یابد حفظ انرژی گره‌ها است زیرا بیشتر گره‌ها در ارتباطات بی‌سیم با استفاده از باتری تغذیه می‌شوند. در نتیجه هرچه تعداد بسته‌های ارسالی کاهش یابد، انرژی کمتری در گره‌ها استفاده می‌شود. RLNC در ارسال بسته‌ها از تمام بسته‌ها برای کدگذاری استفاده می‌کند. بنابراین این روش می‌تواند با خطاهای احتمالی رخ داده در کانال مقابله کند و نیاز گره‌ها به ارسال مجدد بسته‌ها را کاهش دهد.

روش RLNC از متداول‌ترین روش‌ها در زمینه‌ی کدگذاری شبکه است. با وجود مزیت‌هایی که استفاده از این روش دارد پیچیدگی محاسبات کدگذاری و کدگشایی در این روش بالا است و اجازه‌ی استفاده از این روش را در محیط‌هایی که محاسبات بالا برای آن‌ها محدودیت به حساب می‌آید، نمی‌دهد. از ویژگی‌های مثبت این روش توانایی مقابله با خطا، تأخیر کم، توپولوژی شبکه‌ی منعطف و ظرفیت قابل تغییر است. اما برای پیاده‌سازی عمل RLNC باید بار محاسبات تحمیل شده به سیستم کاهش یابد. روش‌های متنوع برای کاهش بار محاسبات ارائه شده است.

یکی از این روش‌ها، روش کدگذاری پرپچوال می‌باشد که نخستین بار توسط هاید و همکارانش باهدف کاهش پیچیدگی عملیات کدگشایی معرفی شد [۶]. در این روش با استفاده‌ی ترکیبی از ویژگی‌های مثبت RLNC و ادغام آن با روش‌های دیگر مانند روش تنک سعی شده است به پیچیدگی محاسبات روش RLNC غلبه شود. روش پرپچوال سرباری مشابه با روش RLNC دارد ولی توانسته است تا با تکنیک‌های مورد استفاده، توان عملیات را در فرآیندهای کدگذاری و کدگشایی بهبود دهد. روش تنک به عنوان یک رویکرد جایگزین، در [۹] و [۱۰] و [۱۱] معرفی شده است.

در این روش ضرایب کدگذاری به طور پراکنده انتخاب می‌شوند. بیشترین ضرایب در ماتریس کدگذاری صفر است. حال اگر بسته‌ی کد شده دقیقاً شامل  $\omega$  ضریب کدگذاری غیر صفر باشد  $\omega - sparse$  نامیده می‌شود. فیضی و همکارانش، در [۱۳] یک الگوریتم کدگشایی با پیچیدگی زمان خطی برای روش SNC معرفی کرده است. همچنین نشان داده شده است که SNC می‌تواند به طور قابل توجهی میزان سربار را به وسیله‌ی پیوست ضرایب به بسته‌های کد شده کاهش دهد [۱۰]. زارعی و همکارانش در [۱۲] نشان دادند که SNC از نظر تأخیر از RLNC پیشی می‌گیرد. علاوه بر این، SNC هیچ راه حلی برای موضوع به ترتیب رسیدن بسته‌ها که معیار مهمی برای برنامه‌های جریانی است، ارائه نمی‌دهد. تحقیقات اخیر طرح پنجره کشویی RLNC را برای دستیابی به تأخیر کم در تحویل به ترتیب بسته‌ها ایجاد با این حال، این طرح نیز به بازخوردگیری دارد [۱۴، ۱۵].

روش دیگری که به منظور رفع مشکلات ناشی از کدگذاری RLNC مطرح شده است روش fulcrum است [۱۶]. هدف اصلی این نوع کدگذاری کم کردن سربار ارسال ناشی از فرستادن بسته‌های اضافی همراه با بسته‌های کد شده و سربار ارسال بسته‌های وابسته خطی است. مزیت دیگر این روش ساده کردن عملیات در گره‌های میانی با هدف کاهش پیچیدگی کدگذاری می‌باشد. یکی دیگر از اهداف روش fulcrum سازگار کردن کدگذاری شبکه با انواع ساختارهای موجود است. برای دستیابی به این هدف کدگذاری و کدگشایی در روش fulcrum در دو مرحله داخلی و خارجی انجام می‌شود. در قسمت داخلی می‌توان از روش‌های مختلف کدگذاری استفاده کرد ولی وظیفه بخش خارجی کد کردن داده‌ها به روشی است که سازگار با انواع ساختارهای شبکه باشد. نتیجه این امر بالا رفتن کارایی سیستم به دلیل آزادی انتخاب کدگذاری در قسمت داخلی و سازگاری آن با بیشتر ساختارهای موجود می‌باشد. کدگذاری داخلی و خارجی تنها در فرستنده و گیرنده اعمال می‌شود و در گره‌های میانی عملیات کدگذاری مجدد به ساده‌ترین شکل ممکن اجرا می‌شود. مشکل اصلی این روش پیچیدگی عملیات کدگذاری و کدگشایی می‌باشد.

کدگذاری در روش پرپچوال به صورت تنک و غیر یکنواخت است که امکان کدگشایی سریع را فراهم می‌کند و از طرفی با توجه به ویژگی طول ثابت بسته‌ها امکان کدگذاری مجدد در گره‌های میانی را

روش پرپچوال و توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها بسته‌ها ارائه می‌دهیم. نتایج ریاضی در بخش ۴ آورده شده است. در نهایت در بخش ۵ نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

## ۲- تقسیمات کدگذاری پرپچوال

در این مقاله فرض کرده‌ایم که داده از یک گره مبدا به یک گره مقصد ارسال می‌شود. داده‌ی اصلی را به نسل‌هایی<sup>۴</sup> با اندازه‌ی  $g$  تقسیم کرده‌ایم. هر نسل از تعدادی بسته تشکیل شده است که ترکیب خطی این بسته‌ها با هم بسته‌های کد شده را ایجاد می‌کنند. گره مبدا بسته‌های کد شده را ایجاد کرده و تا زمانی که گره مقصد کل نسل را کدگشایی کند به آن ادامه می‌دهد. وقتی گره مقصد به تعداد کافی بسته‌ی مستقل<sup>۵</sup> دریافت کند می‌تواند یک نسل را کدگشایی کند. سپس گره مقصد یک تأیید<sup>۶</sup> به گره مبدا می‌فرستد تا گره مبدا ارسال بسته را متوقف کند. ممکن است بسته‌های ارسال شده توسط گره مبدا به دلیل امکان خطا در کانال از بین بروند. احتمال از بین رفتن بسته‌ها در کانال بین گره مبدا و مقصد برابر  $\omega$  است

ابتدا فرض می‌کنیم کانال بین گره مقصد و مبدا بدون خطا است یعنی تأیید گره مقصد حتماً بلافاصله بعد از تولید به گره مبدا می‌رسد. ضرایب کدگذاری برای ساخت بسته‌ی کد شده از یک فضای متناهی  $Fq$  با اندازه‌ی  $q$  انتخاب می‌شوند. به مجموعه‌ی ضرایب کدگذاری که در یک بسته‌ی کد شده استفاده شده‌اند بردار کدگذاری گفته می‌شود. یک بردار کدگذاری در روش پرپچوال توسط یک المان محور که ضریبی با مقدار ۱ است و  $\omega$  ضریب که به صورت تصادفی از  $Fq$  انتخاب شده‌اند ساخته می‌شود. بقیه‌ی ضرایب صفر در نظر گرفته می‌شود.  $\omega$  را عرض کدگذاری پرپچوال می‌نامیم. این پارامتر در گره مبدا در نظر گرفته می‌شود و در طول فرایند ارسال ثابت می‌ماند.

برای ارسال بسته‌های کد شده در پرپچوال دو روش مختلف وجود دارد: (۱) روش تصادفی: المان‌های محور به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و سپس با توجه به المان محور بردار کدگذاری تولید شده و ارسال می‌شود. گره مبدا بعد از دریافت تأیید از گره مقصد ارسال بسته‌ها را متوقف می‌کند. (۲) روش دنباله‌ای: برای یک نسل با اندازه‌ی  $g$ ، یک ماتریس با  $g$  بردار کدگذاری در گره مبدا ساخته می‌شود. المان‌های محور این بردار به صورت دنباله‌ای از اولین سطر تا آخرین سطر انتخاب می‌شود. شکل ۱ ماتریس کدگذاری را برای  $g = 8$  و  $\omega = 3$  و  $\alpha_{i,j} \in Fq$  نشان می‌دهد. به دلیل وجود خطا در کانال فرستنده ممکن است چندین بار در سال را به صورت نوبت گرد شی<sup>۷</sup> انجام دهد تا زمانی که گیرنده بتواند کل نسل را شناسایی کند. در هر دور مقادیر ماتریس کدگذاری با مقادیر جدید جایگزین می‌شوند. فرستنده با دریافت تأیید از جانب گیرنده عملیات ارسال را متوقف می‌کند. در این مقاله ما تنها روش دنباله‌ای را در انتخاب المان محوری در نظر گرفته‌ایم.

برای درک بهتر مفهوم بسته‌های وابسته‌ی خطی، پارامتر سربار را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

می‌دهد. در روش پرپچوال یک عنصر محور و یک طول مشخص در نظر گرفته می‌شود و عناصر بعد از محور به صورت پشت سر هم تا طول مشخص غیر صفر در نظر گرفته می‌شوند و مقدار این عناصر به صورت تصادفی از فضای متناهی مورد نظر گرفته می‌شود. در هر گام تنها بسته‌های گره مبدا که در این پنجره‌ی مشخص جای می‌گیرند برای کدگذاری انتخاب می‌شوند و بقیه عناصر بردار کدگذاری صفر است. با توجه به این که در بردار کدگذاری طول ثابت است و تنها عنصر محور اهمیت دارد، برای ارسال بردار کدگذاری می‌توان از روش‌هایی استفاده کرد و سربار اضافی را تا حد زیادی کاهش داد. پس از دریافت بسته‌ها در کدگشا، کدگشایی با استفاده از بردار کدگذاری انجام می‌گیرد. اساس کار کدگشایی در اینجا نیز استفاده از ویژگی‌های تکن بودن ماتریس نهایی است. به این صورت که ماتریس نهایی با استفاده از روش‌های حذف گاوس ساده شده و حل دستگاه معادلات متناظر با بسته‌های کد شده ساده می‌شود.

پس از ارائه‌ی روش پرپچوال، در [۷] مدل تحلیلی برای کدهای پرپچوال در کانال‌های دارای خطا ارائه داده‌ایم. در مدل ارائه شده مانند روش اصلی هر بردار کدگذاری توسط یک عنصر محور و  $\omega$  عنصر پس از آن تشکیل می‌شود. مقدار عنصر محور همیشه یک است و مقدار  $\omega$  عنصر بعدی به صورت تصادفی از میدان متناهی  $Fq$  انتخاب می‌شود. عنصر محور را می‌توان به دو روش تصادفی یا پشت سر هم انتخاب کرد. در این مدل‌سازی روش پشت سر هم در نظر گرفته شده است. این مقاله در ادامه و جهت تکمیل مقاله‌ای که در کارگاه بین‌المللی ارتباطات دسترسی چندگانه [۷] ارائه شده آمده است. در مقاله‌ی قبلی فقط مدل تحلیلی برای ارسال داده تا دور دوم ارائه شده است. در این مقاله تعداد دوره‌هایی که باید داده‌ها ارسال شود تا گیرنده بتواند تمام داده‌ها را کدگشایی کند را به صورت تحلیلی بدست می‌آوریم. برای این کار ابتدا نشان می‌دهیم که عملکرد روش پرپچوال به پارامتر عرضی وابسته است. سپس یک مدل تحلیلی ارائه می‌دهیم که تعداد ارسال‌ها را تا دور دوم محاسبه می‌کند. این مدل تحلیلی زمانی که مقدار خطا در شبکه کم است و ارسال‌ها به دوره‌های بعدی کشیده نمی‌شود، مناسب است. در انتها مدل قبلی را گسترش داده و به یک مدل تحلیلی برای توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در دوره‌های مختلف پرداخته می‌شود و تأثیر خطای شبکه در این خصوص بررسی می‌شود. همچنین با استفاده از شبیه‌سازی مدل‌های تحلیلی خود را اعتبار سنجی می‌کنیم. این مدل نشان می‌دهد کارایی روش پرپچوال به شدت به عرض بردار کدگذاری بستگی دارد. علاوه بر این، بررسی‌ها نشان می‌دهد که اگر احتمال خطا در کانال  $\epsilon = 0.2$  باشد، با فرض اندازه‌ی نسل برابر با  $g = 256$  و  $\omega = 5$ ،  $70\%$  بسته‌های دریافتی وابسته‌ی خطی هستند. با افزایش اندازه‌ی  $\omega$  این میزان به مقدار زیادی کاهش می‌یابد تا جایی که برای  $\omega \geq 60$  قابل اغماض می‌شود.

ساختار این مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲ به معرفی کدهای پرپچوال و اهداف این روش می‌پردازیم. در بخش ۳ مدلی برای تحلیل

$$0 \leq \dim \leq \omega + 1 \quad \forall i \in \{0, \dots, g-1\} \quad (3)$$

$$0 \leq \dim \left( \bigcup_{i=0}^{g-1} C_i \right) \leq g \quad (4)$$

برای این که بتوان یک نسل را کدگشایی کرد، گیرنده باید از همه ی کلاس ها بسته های مستقل خطی جمع آوری کند. برای دو کلاس پشت سر هم  $C_i$  و  $C_{i+1} \pmod g$  گیرنده باید مقصد  $\omega + 2$  بسته ی کد شده دریافت کند تا بتواند هر دو کلاس را کدگشایی کند.

$$0 \leq \dim \left( C_i \pmod g \cup C_{i+1} \pmod g \right) \leq \min(\omega + 2, g) \quad (5)$$

می توان رابطه ی قبلی را به کلاس های  $C_i, C_{i+1} \pmod g, \dots, C_{i+k} \pmod g$  تعمیم داد.

$$0 \leq \dim \left( \bigcup_{j=i}^{i+k} C_j \pmod g \right) \leq \min(\omega + k + 1, g) \quad (6)$$

$$\forall i \in \{0, \dots, g-1\}, \forall k \in \{1, \dots, g-2\}$$

زیر مجموعه ای از  $k$  بسته ی کد شده که توسط  $k$  بردار کدگذاری آخر ماتریس کدگذاری تولید شدند را در نظر بگیرید. در این جا نشان می دهیم که وقتی فرستنده  $k$  بسته ای که به  $k$  کلاس موجود در مستطیل تعلق دارند را ارسال می کند و  $\omega + 1$  بسته گم می شوند، فرستنده باید حداقل یک بسته متعلق به  $k$  کلاس موجود در مستطیل را ارسال کند تا گیرنده بتواند کدگشایی را تمام کند.

در دور اول ارسال، فرستنده بسته های کد شده با المان محوری ۰ تا  $g-1$  را تولید و با استفاده از ماتریس کدگذاری اول آنها را ارسال می کند. به دلیل خطا در کانال فرض می کنیم  $\omega + 1$  بسته داخل مستطیل گم می شوند این مستطیل از المان محوری  $g-k$  ام آغاز می شود و تا المان محوری  $g-1$  ام ادامه می یابد و  $k \geq \omega + 1$ . علاوه بر این فرض می کنیم اولین بسته ی گم شده دارای المان محوری  $g-k$  است. فرض می کنیم بسته های دارای المان محوری ۱ تا  $g-k-1$  به صورت موفق در فرستنده دریافت شده اند.

$$\dim \left( \bigcup_{i=g-k}^{g-1} C_i \right) = k - \omega - 1 \quad (7)$$

بنابراین از طرف دیگر از  $k$  بسته ی داخل مستطیل  $(g-k-1)$  بسته به صورت موفق دریافت شده اند.

$$\dim \left( \bigcup_{i=0}^{g-k-1} C_i \right) = \omega + g - k \quad (8)$$

به دلیل از بین رفتن بسته ها در دور اول ارسال، دور دوم با ساختن ماتریس ضرایب جدید انجام می شود. از آنجا که فرض کردیم  $\omega > g-k-1$ ، بنابراین  $g-k-1$  بسته ی اول دور دوم با فرض درست رسیدن به مقصد  $\omega$  عدد DOF به معادله ی ۷ اضافه می کنند.

$$O = \frac{R_d}{R_i} \quad (1)$$

در این رابطه  $R_d$  تعداد بسته های وابسته ی خطی و  $R_i$  تعداد بسته های مستقل خطی درگیرنده هستند.

1	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$				
	1	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$			
		1	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$		
			1	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	
				1	$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$
$\alpha$					1	$\alpha$	$\alpha$
$\alpha$	$\alpha$					1	$\alpha$
$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$					1

شکل ۱: بردارهای کدگذاری پرپچوال برای  $g=8$  و  $\omega=3$ . عناصر  $\alpha$  به طور تصادفی از  $F_q$  انتخاب شده اند.

### ۳- مدل تحلیلی

در این قسمت ابتدا مدلی ارائه می دهیم که ابعاد زیر مجموعه ی تعریف شده توسط بردارهای کدگذاری دریافت شده را معرفی می کند. با استفاده از این مدل ما تأثیر  $\omega$  بر روی سربار کدهای پرپچوال را تحلیل می کنیم و برای تعداد بسته های ارسال شده در کدهای پرپچوال در کانال دارای خطا تحلیل ارائه می دهیم. در نهایت توزیع احتمال کدگشایی بسته ها را در دور  $k$  ام برای کانال دارای خطا ارائه می دهیم و تأثیر پارامتر  $\omega$  را تحلیل می نماییم.

#### ۳-۱- تأثیر پارامتر عرضی در کدگشایی

فرض کنید از کدهای پرپچوال برای ارسال یک نسل با  $g$  بسته استفاده کرده ایم. از آنجایی که اندازه ی نسل برابر با  $g$  است اندازه ی  $\omega$  کمتر از  $g$  است.

$$0 \leq \omega \leq g-1 \quad (2)$$

کلاس  $C_i$  را به صورت مجموعه ای از بسته های کد شده با المان محوری  $i$  تعریف می کنیم. از آنجایی که  $g$  محور مختلف داریم هر بسته ی کد شده متعلق به یکی از این  $g$  کلاس است. در کلاس  $C_i$  ما بسته های کد شده ای داریم که در آنها  $\omega$  ضرب تصادفی بعد از  $i$  امین محور می آیند.

مدل سازی پرپچوال را می توان با در نظر گرفتن نیاز گیرنده به جمع آوری بسته های مستقل خطی از همه کلاس ها انجام داد.  $\dim(C_i)$  را به عنوان اندازه ی زیر مجموعه ی کلاس  $C_i$  تعریف می کنیم. وقتی گره مقصد  $\omega + 1$  بسته ی کد شده ی مستقل خطی برای یک کلاس دریافت می کند می تواند آن کلاس را کدگشایی کند. بنابراین بعد یک کلاس که با تعداد بردارهای کدگذاری شده در آن کلاس تعریف می شود نمی تواند بیشتر از  $\omega + 1$  باشد

$(\omega+1) - k$  بسته به صورت درست دریافت شده اند. احتمال این رویداد با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

اگر  $i$  بسته خارج از مستطیل از بین رفته باشد، فرستنده باید حداقل  $\omega+i$  بسته ارسال کند تا گیرنده بتواند کدگشایی را انجام دهد.

رویداد  $OUT$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

از بین رفتن  $i$  بسته خارج از مستطیل و احتمال این رویداد از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$P(OUT) = \binom{g-1}{i} \varepsilon^i (1-\varepsilon)^{(g-k-i)} \quad (12)$$

همان گونه که قبلاً اشاره شد، فرستنده باید حداقل  $g-k+1$  بسته‌ی کد شده را قبل از ارسال یک بسته‌ی متعلق به مستطیل ارسال کند. تعداد کل ارسال‌ها وقتی  $i$  بسته بیرون از مستطیل و  $\omega+1$  بسته داخل مستطیل از دست بروند برابر با  $\max(g-k+\omega+1)$  است. برای جبران این اتفاق، فرستنده باید  $\frac{\max(g-k+1+\omega+i)}{(1-\varepsilon)}$  بسته ارسال کند تا بسته‌های گم شده جبران شود. از آنجا که ما فقط ۲ دور را در نظر گرفته‌ایم، در دور دوم فرستنده حداکثر  $g$  بسته می‌تواند ارسال کند. بنابراین تعداد بسته‌های ارسال شده با در نظر گرفتن روابط ۱۱ و ۱۲ تعداد ارسال‌های پیش بینی شده در دور دوم را می‌توان توسط رابطه زیر تقریب زد.

$$T_2 = \sum_{k=\omega+1}^g \sum_{i=0}^{g-k} \min \left( \frac{\max(g-k+1, \omega+i)}{(1-\varepsilon)}, g \right) \binom{k-1}{\omega} \varepsilon^{\omega+1} (1-\varepsilon)^{k-(\omega+1)} \binom{g-k}{i} \varepsilon^i (1-\varepsilon)^{(g-k-i)} \quad (13)$$

از آنجایی که تعداد بسته‌های ارسال شده در دور اول  $T_1 = g$  است تعداد کل ارسال‌ها در ۲ دور برابر است با:

$$T_{1,2} \approx T_2 + g \quad (14)$$

با اضافه کردن تعداد ارسال‌ها در حالتی که تعداد بسته‌های گم شده کمتر از  $\omega+1$  است به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$T_T \approx T_{1,2} + \sum_{i=0}^{\omega} \min \left( \frac{i}{1-\varepsilon}, g \right) \binom{g}{i} \varepsilon^i (1-\varepsilon)^{g-i} \quad (15)$$

معادله‌ی ۱۵ تقریبی برای تعداد کل بسته‌های کد شده‌ی ارسال شده‌ی  $TT$  در دو دور ارسال است. این رابطه تابعی از اندازه‌ی نسل  $g$  و عرض  $\omega$  در کدگذاری پرپیچوال و احتمال خطای کانال  $\varepsilon$  با فرض‌های بالا است. پارامتر  $\omega$  تأثیر فراوانی در تعداد ارسال‌های کدگذاری پرپیچوال دارد. اگر  $\omega$  کوچک باشد، از بین رفتن بسته‌ها در دور اول منجر به ارسال بسته‌های وابسته‌ی خطی در دور دوم می‌شود.

$$\dim \left( \bigcup_{i=0}^{g-k-1} C_i \right) = \omega + g - k \quad (9)$$

بنابراین با توجه به رابطه‌ی ۶،  $C_0, \dots, C_{g-k-1}$  کد گشایی می‌شوند. با ترکیب رابطه‌ی ۸ و ۹ تعداد کل  $DOF$  های دریافتی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آیند.

$$\dim \left( \bigcup_{i=0}^{g-1} C_i \right) = g - 1 \quad (10)$$

با توجه به رابطه‌ی ۱۰ گیرنده فقط یک  $DOF$  نیاز دارد تا بتواند کل نسل را کدگشایی کند. با توجه به این که کل بسته‌های موجود در بیرون مستطیل کدگشایی شده‌اند، فرستنده باید حداقل یک بسته از داخل مستطیل دریافت کند.

موقعیت  $\omega+1$  بسته‌ی گم شده داخل مستطیل تأثیر بسزایی در تعداد ارسال‌ها دارد. اگر  $k = \omega+1$  باشد، تمام بسته‌های کد شده موجود در مستطیل از بین رفته‌اند. این بسته‌ها متعلق به کلاس‌های  $C_{g-\omega-1}$  تا  $C_{g-1}$  هستند. بنابراین در دور دوم ارسال فرستنده باید حداقل یک بسته از داخل مستطیل به علاوه‌ی  $g-k-1$  ارسال انجام دهد. بنابراین در دور دوم ارسال فرستنده باید ارسال‌هایی از کلاس‌های  $C_0, \dots, C_{g-\omega-1}$  داشته باشد که در کل  $g-\omega$  بسته ارسال می‌شود. برای حالتی که  $k = \omega+2$ ، مستطیل به کلاس‌های  $C_{g-\omega-2}$  تا  $C_{g-1}$  اشاره می‌کند. برای ارسال حداقل یک بسته از بسته‌های متعلق به کلاس‌های داخل مستطیل، گره مبدا باید از کلاس‌های  $C_0$  تا  $C_{g-\omega-2}$  بسته ارسال کند که در نهایت  $g-\omega-1$  بسته‌ی کد شده ارسال می‌شود. اگر بخواهیم این نتایج را تعمیم بدهیم، اگر مستطیل به کلاس‌های  $C_{g-k}$  تا  $C_{g-1}$  اشاره کند، فرستنده باید  $g-k+1$  بسته‌ی کد شده قبل از ارسال یک بسته‌ی متعلق به مستطیل ارسال کند.

### ۳-۲- تعداد ارسال‌ها تا دور دوم

- فرستنده بیش تر از ۲ دور ارسال انجام نمی‌دهد. این فرض برای سیستم‌های عملی که در آنها احتمال خطا کمتر از ۰/۵ درصد است می‌تواند فرض درستی باشد.
  - اندازه‌ی نسل  $g$  بالا است و احتمال خطای  $\varepsilon$  کوچک است.
  - پارامتر  $\omega$  به اندازه‌ی کافی بزرگ است به گونه‌ای که با در نظر گرفتن ۲ دور احتمال کدگشایی بالا است.
- در این بخش رویداد  $IN$  را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$P(IN) = \binom{k-1}{\omega} \varepsilon^{\omega+1} (1-\varepsilon)^{k-(\omega+1)} \quad (11)$$

بسته‌ی اول متعلق به مستطیل با اندازه‌ی  $k$  از بین رفته است و  $\omega$  بسته‌ی دیگر داخل مستطیل نیز از بین رفته اند بنابراین

احتمال رسیدن  $j$  بسته‌ی انتخابی:  $(1-\varepsilon)^j$ .

احتمال با خطا مواجه شدن و در نتیجه نرسیدن همه‌ی بسته‌های غیر

از بسته‌ی انتخابی:  $\varepsilon^{g-i}$ .

احتمال خطای شبکه برابر است با  $\varepsilon$ .

در اینجا  $j = g - i$  و داریم:

بنابراین توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در دور  $k$  ام برابر است با

حاصل ضرب دو رابطه‌ی فوق:

$$p(x = k) = p(i) * p(j)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۱۶ و ۱۷ داریم:

$$p = (x = k) = \sum_{j=g-i}^{g+1} \binom{g}{j} (1-\varepsilon)^j \varepsilon^{g-j} \sum_{i=0}^{g-1} \binom{gk}{i} (1-\varepsilon)^i \varepsilon^{gk-i} * \quad (19)$$

#### ۴- نتایج ریاضی

در این بخش، در ابتدا سربار روش پرپچوال با روش RLNC مقایسه می‌شود. سپس نشان می‌دهیم  $\omega$  پارامتری بنیادین در سربار کدهای پرپچوال است. در نهایت تحلیل ریاضی توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها ارائه می‌شود.

در بخش آخر تحلیل‌های ریاضی ارائه شده با استفاده از شبیه‌سازی‌ها مقایسه می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند تحلیل‌های ریاضی ارائه شده درست هستند.

برای نمایش کدهای پرپچوال، یک شبیه‌سازی انجام داده و با استفاده از کتابخانه‌ی KODO [۸]، روش RLNC را با روش پرپچوال مقایسه کردیم. کتابخانه KODO یک کتابخانه‌ی استاندارد برای شبیه‌سازی و پیاده‌سازی NC است. شکل ۳ سربار کدهای پرپچوال را برای دور ۲ با  $g = 256$  و  $\omega = 5$  نشان می‌دهد. برای احتمال خطای کوچک، سربار کدهای پرپچوال تقریباً ۰/۷ است. یعنی به ازای هر DOF دریافت شده سیستم باید ۱/۷ بسته به صورت میانگین ارسال کند.

شکل ۴ تعداد کل از سال‌ها برای کانال‌هایی با خطاهای مختلف را در سه روش پرپچوال و RLNC و تنک برای  $g = 256$  و  $\omega = 5$  نشان می‌دهد. در این مثال فرض شده است فرستنده می‌تواند در چندین دور از سال انجام دهد. همان‌گونه که در شکل ۴ مشاهده می‌کنید، حتی با احتمال خطای کوچک، تعداد بسته‌های ارسالی با استفاده از روش پرپچوال نزدیک ۵۰۰ ارسال است یعنی ۵۰٪ بیشتر از ارسال‌های انجام شده توسط روش RLNC و تقریباً ۲۵ درصد بیشتر از روش تنک.

شکل ۵ نتایج بدست آمده از سال بسته‌ها توسط روش پرپچوال را برای احتمال خطای ۰/۲ و  $g = 256$  و مقادیر مختلف  $\omega$  نشان می‌دهد. شکل نشان می‌دهد برای مقادیر  $\omega \leq 40$ ، پارامتر  $\omega$  تأثیر بسیار زیادی بر روی تعداد کل از سال‌ها دارد. علاوه بر این می‌توان دید

$$k \left\{ \begin{matrix} 1 & \alpha_{1,2} & \alpha_{1,3} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \alpha_{2,3} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & \alpha_{i,j} & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & \alpha_{i+1,j+1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \end{matrix} \right.$$

شکل ۲:  $k$  ردیف پایینی شکل، نشان دهنده‌ی  $k$  بردار کدگذاری

زمانی که  $\omega + 1$  بسته از بین رفته است.

#### ۳-۳- تعداد دورهای ارسال شده تا کدگشایی

در این بخش توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در دور  $k$  ام را شرح می‌دهیم:

فرض کنید از کدهای پرپچوال برای ارسال یک نسل با  $g$  بسته استفاده کرده‌ایم قصد داریم توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در دور  $k$  ام را محاسبه نماییم. برای کدگشایی بسته‌ها در هر دور باید در سمت گیرنده حداقل به تعداد  $g$  یعنی به تعداد اندازه‌ی نسل بسته دریافت شده باشد. در صورتی که این اتفاق رخ ندهد آن دور برای کدگشایی بسته‌ها مطلوب واقع نمی‌شود و به دور بعدی می‌رود در نتیجه اگر کدگشایی بسته‌ها در دور  $k$  ام صورت گرفته است این اتفاق در حالی رخ داده است که در تمامی  $k-1$  دور قبلی گیرنده به تعداد  $g$  بسته دریافت نکرده است و به محض دریافت بسته به تعداد اندازه‌ی نسل در دور  $k$  ام عمل کدگشایی انجام شده است.

اگر احتمال اینکه تا دور  $k-1$  فقط به تعداد  $i$  بسته گیرنده دریافت کرده باشد را  $p(i)$  بنامیم در این صورت داریم:

$$\text{انتخاب } i \text{ بسته از کل } gk \text{ بسته‌ی ارسالی: } \binom{gk}{i}.$$

احتمال رسیدن  $i$  بسته‌ی انتخابی:  $(1-\varepsilon)^i$ .

احتمال با خطا مواجه شدن و در نتیجه نرسیدن همه‌ی بسته‌های غیر از  $i$  بسته‌ی انتخابی:  $\varepsilon^{gk-i}$ .

احتمال خطای شبکه برابر است با  $\varepsilon$ .

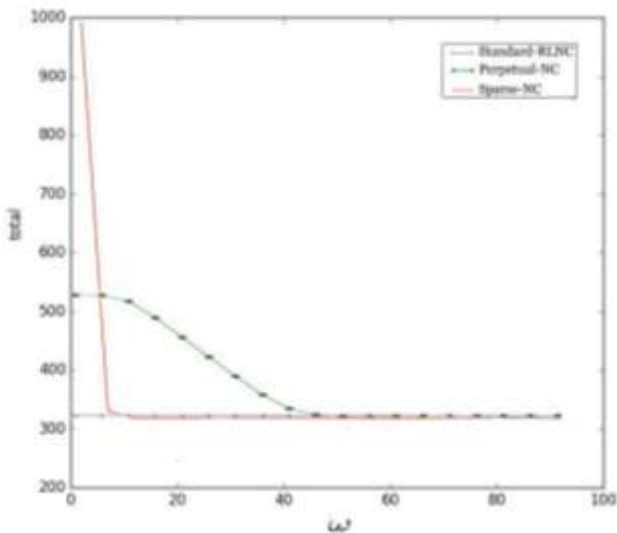
و به رابطه‌ی ۱۶ می‌رسیم.

$$P(i) = \binom{gk}{i} (1-\varepsilon)^i \varepsilon^{gk-i} \quad (16)$$

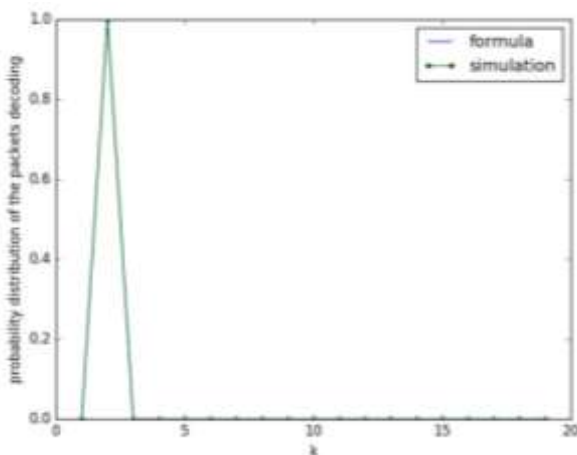
از طرفی در دور دور  $k$  ام به دلیل اینکه به تعداد نسل بسته به گیرنده رسیده است عملیات کدگشایی آغاز می‌گردد. بنابراین  $p(j)$  را احتمال اینکه در دور  $k$  ام بیشتر از  $i$  بسته دریافت شده باشد در نظر می‌گیریم و در نتیجه داریم:

$$P(j) = \sum_{i=g-j}^{g+1} \binom{g}{j} (1-\varepsilon)^j \varepsilon^{g-j} \quad (17)$$

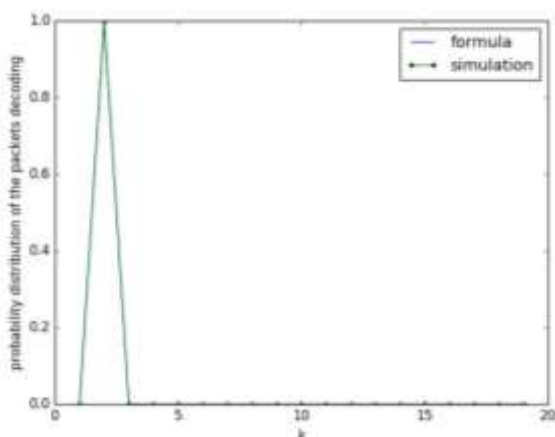
انتخاب  $j$  بسته از  $g$  بسته‌ی ارسالی:  $\binom{g}{j}$ .



شکل ۵: مقایسه‌ی تعداد ارسال در سه روش پرچوال، RLNC و تنک برای  $\omega$  های مختلف



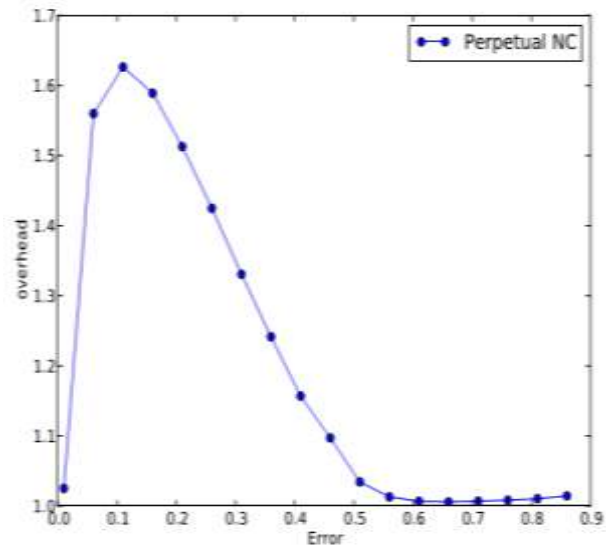
شکل ۶-الف: توزیع احتمال کدگشایی در روش پرچوال برای  $\omega = 20$  و  $g = 100$  و خطای ۰.۲.



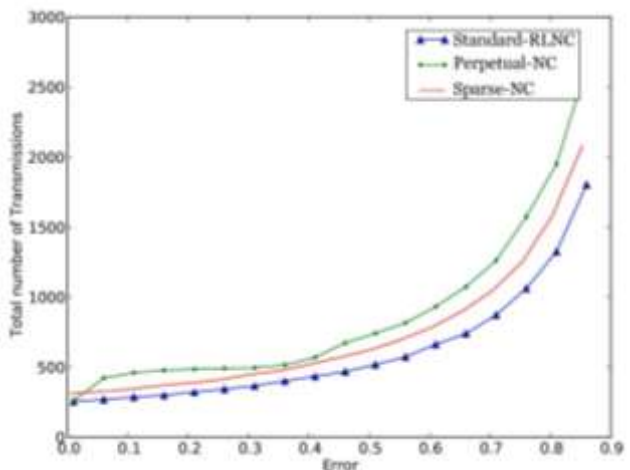
شکل ۶-ب: توزیع احتمال کدگشایی در روش پرچوال برای  $\omega = 20$  و  $g = 100$  و خطای ۰.۴

برای  $\omega \geq 60$  تاثیر  $\omega$  بر روی تعداد ارسال‌ها محدود می‌شود. پارامتر  $\omega$  تاثیر روی روش RLNC ندارد و در روش تنک فقط بر روی مقادیر کوچک  $\omega$  تاثیر دارد.

شکل ۶ شبیه‌سازی ۱۵ دور ارسال با استفاده از کدهای پرچوال را با نتایج ریاضی بدست آمده از بخش قبل مقایسه می‌کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در  $k$  دور ارسال بدست آمده توسط تحلیل ریاضی تقریب خوبی از نتایج شبیه‌سازی است. این نتایج برای احتمال خطاهای ۰.۲ و ۰.۴ و ۰.۸ و  $g = 100$  و  $\omega = 20$  بدست آمده است.



شکل ۳: سربار ارسال روش پرچوال برای  $g = 256$  و  $\omega = 5$



شکل ۴: مقایسه‌ی تعداد ارسال در سه روش پرچوال و RLNC و تنک برای  $g = 256$  و  $\omega = 5$

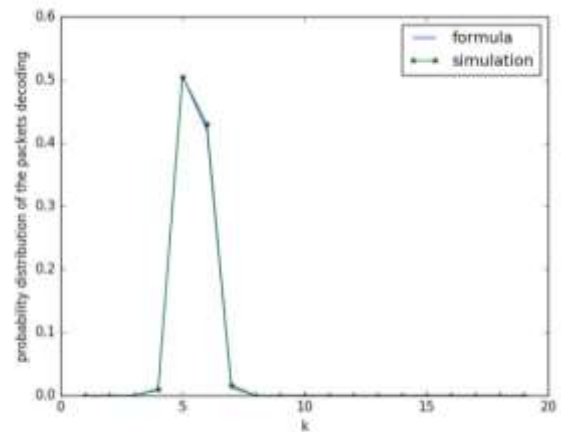
گیرنده، تأخیر کدگشایی نامیده می‌شود و مقدار میانگین تأخیر برای تمامی بسته‌ها میانگین تأخیر کدگشایی (ADD) نامیده می‌شود. در شکل ۷-الف رابطه‌ی بین ADD و نرخ‌های مختلف تلفات بسته برای  $\omega$  مختلف نشان داده شده است. در روش پرپچوال با افزایش میزان تلفات بسته، احتمال از دست دادن بسته با محورهای متوالی افزایش می‌یابد و این موضوع باعث افزایش ADD می‌شود و همانطور که مشاهده می‌شود رابطه‌ی بین ADD و نرخ تلفات بسته، رابطه‌ی مستقیم است و با افزایش نرخ تلفات، میانگین تأخیر کدگشایی نیز افزایش پیدا می‌کند. برای نرخ تلفات پایین با استفاده از روش پرپچوال کاهش قابل ملاحظه‌ای در میانگین تأخیر کدگشایی بسته‌ها مشاهده به نسبت سایر روش‌ها مشاهده می‌شود. و از آنجاکه یکی از مهمترین معیارها در روش کدگذاری به‌خصوص برای سیستم‌های بلادرنگ<sup>۱</sup>، میزان تأخیر کدگشایی بسته‌ها می‌باشد. از این رو روش ارائه شده به دلیل کاهش ۳۷/۴۴ درصدی میانگین تأخیر کدگشایی، بهبود مناسبی در کارایی این نوع سیستم‌ها ایجاد می‌کند. در شکل ۷-ب رابطه‌ی ADD و  $\omega$  برای نرخ تلفات مختلف بررسی شده است. این نمودار به صورت مقایسه‌ای عملکرد روش‌های روش پرپچوال و تنک و همچنین روش RLNC را به خوبی نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که در روش پرپچوال، کاهش قابل توجهی در میانگین تأخیر کدگشایی به نسبت سایر روش‌ها داریم. با افزایش اندازه‌ی پنجره میانگین تأخیر کدگشایی بسته‌ها در روش پرپچوال به سمت مقدار بدست آمده از روش‌های تنک و RLNC همگرا می‌شود.

### ۵- نتیجه

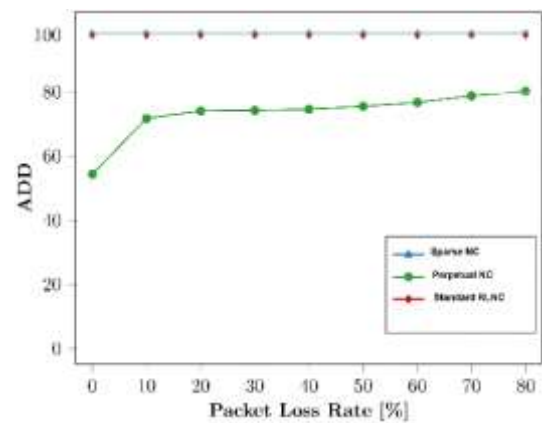
در این مقاله مدل ریاضی‌ای ارائه داده‌ایم که تعداد بسته‌های ارسال شده در کدگذاری پرپچوال را در کانال دارای خطا نشان می‌دهد. با استفاده از این مدل تأثیر  $\omega$  بر روی سربار ارسال کدهای پرپچوال مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله نشان می‌دهیم که در کانال‌های دارای خطا، استفاده از روش پرپچوال با  $\omega$  منجر به دریافت تعداد زیادی بسته‌ی وابسته‌ی خطی می‌شود. برای احتمال خطای کوچک و  $\omega < 10$  مقدار سربار حتی می‌تواند به عددی نزدیک ۷۰٪ برسد. برای کاهش سربار فرستنده باید مقدار  $\omega$  را به صورت درست انتخاب کند. انتخاب درست  $\omega$  به شدت به احتمال خطای کانال وابسته است.

در این مقاله تقریبی از رابطه‌ی بین  $\omega$  و تعداد ارسال‌ها را معرفی کردیم و سپس به ارائه‌ی مدل تحلیلی برای توزیع احتمال کدگشایی بسته‌ها در دوره‌های مختلف پرداختیم و تأثیر خطای شبکه را در این خصوص بررسی کردیم.

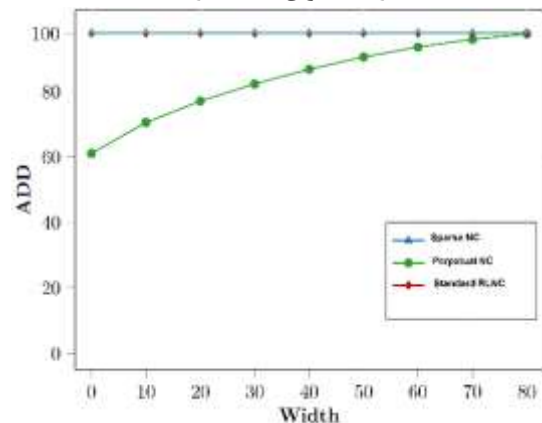
همچنین به دلیل اینکه تأخیر کدگشایی بسته‌ها خصوصاً در سیستم‌های بلادرنگ اهمیت بالایی دارد در این روش به محاسبه‌ی تأخیر کدگشایی بسته‌ها بر اساس سه روش پرپچوال، RLNC و تنک پرداختیم و مشاهده شد با روش پرپچوال به کاهش ۳۷/۴۴ درصدی در میانگین تأخیر کدگشایی دست می‌یابیم.



شکل ۶-ج: توزیع احتمال کدگشایی در روش پرپچوال برای  $\omega = 20$  و  $g = 100$  و خطای ۰/۸.



شکل ۷-الف: میانگین تأخیر کدگشایی در سه روش پرپچوال و RLNC و تنک برای  $\omega = 5$  و  $g = 256$



شکل ۷-ب: میانگین تأخیر کدگشایی در سه روش پرپچوال، RLNC و تنک برای  $\omega$  های مختلف و  $g = 256$

هنگامی که گره مبدا یک بسته‌ی کد شده را که شامل بسته‌ی جدیدی است به سمت گره مقصد ارسال می‌کند بسته در اصطلاح بازدید شده است اما هنوز کدگشایی نشده است. میزان تأخیر بین بازدید و کدگشایی بسته تأخیر کدگشایی برای بسته‌های رسیده در سمت



- [7] P.Pahlevani, S.Crisóstomo, D.E.Lucani. "An analytical model for perpetual network codes in packet erasure channels". In International Workshop on Multiple Access Communications, Springer, 2016, pages 126–135.
- [8] M.Pedersen, J.Heide, F.H.Fitzek, "KODO: An open and research oriented network coding library", Springer, 2011, pp. 145–152.
- [9] H.Sehat, P.Pahlevani, "On the probability of partial decoding in sparse network coding", arXiv preprint arXiv:1907.12051, 2019
- [10] S.Danilo, W.Zeng, F.Kschischang, "Sparse network coding with overlapping classes", workshop on network coding, Theory, and Applications, 2009, pp. 74-79
- [11] H. Janus, M.V.Pedersen, F.Fitzek, M.Medard, "On code parameters and coding vector representation for practical rlnc". In: 2011 IEEE International Conference on Communications (ICC), 2011, pp 1-5
- [12] A. Zarei, P. Pahlevani and M. Davoodi, "On the Partial Decoding Delay of Sparse Network Coding", IEEE Communications Letters, vol. 22, no. 8, 2018, pp. 1668-1671.
- [13] S.Feizi, D.E. Lucani, M.Medard "Tunable sparse network coding", 22th International Zurich Seminar on Communications (IZS), Eidgen Eidgenossische Technische Hochschule Zurich, 2012
- [14] M. Karzand, D. Leith, J.Cloud, "Design of FEC for low delay in 5G", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, pp.1783-1793
- [15] F. Gabriel, S. Wunderlich, S. Pandi, F. H. P. Fitzek and M. Reisslein, "Caterpillar RLNC With Feedback (CRLNC-FB): Reducing Delay in Selective Repeat ARQ Through Coding", IEEE Access, vol. 6 2018, pp. 44787-44802.
- [16] V. Nguyen, E. Tasdemir, G. T. Nguyen, D. E. Lucani, F. H. P. Fitzek and M. Reisslein, "DSEP Fulcrum: Dynamic Sparsity and Expansion Packets for Fulcrum Network Coding," in IEEE Access, vol. 8, 2020, pp. 78293-78314.

#### زیر نویس ها

شبه سازی های عددی با استفاده از کتابخانه ی KODO ارائه شده است. نتایج شبه سازی تأثیر مقادیر مختلف  $\omega$  بر روی تعداد بسته های ارسالی و سر بار را برجسته می کند. این شبه سازی ها نشان می دهد که تحلیل ریاضی ارائه شده توسط ما تقریب خوبی از تعداد بسته های ارسال شده توسط کد گذاری پریچوال است.

لازم به ذکر است تنها انتخاب المان محوری به صورت دنباله ای (سیستماتیک) را در نظر گرفتیم که به معنی انتخاب المان های محوری به صورت پشت سر هم است.

#### مراجع

- [1] M.Luby, "Lt codes", The 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 2002, pp. 271 – 280.
- [2] A. Shokrollahi, "Raptor codes", IEEE Transactions on Information Theory, Vol.52, NO.6, June 2006, pp. 2551–2567.
- [3] R.Ahlsweide, N.Cai, S.Y.Li, R.W Yeung, "Network information flow", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 46, NO. 4, Jul 2000, pp. 1204 – 1216.
- [4] S.Y.R.Li, R.W.Yeung, N.Cai, "Linear network coding", IEEE Transactions on Information Theory Vol.52, NO.2, Feb 2003, pp. 371–381.
- [5] S.Katti, H.Rahul, W.Hu, D.Katabi, M.Médard, J.Crowcroft. "XORs in the air: Practical wireless network coding". In ACM SIGCOMM computer communication review, volume 36, ACM, 2006, pages 243–254.
- [6] H. Janus, M.V.Pedersen, F.Fitzek, M.Medard, "A perpetual code for network coding", 2014 IEEE 79th Vehicular Technology Conference (VTC Spring), May 2014, pp. 1– 6.

<sup>۱</sup> Network Coding

<sup>۲</sup> Random Linear Network Coding

<sup>۳</sup> Finite Field

<sup>۴</sup> Generation

<sup>۵</sup> DOF

<sup>۶</sup> Acknowledgement

<sup>۷</sup> Round Robin

<sup>۸</sup> Average Decoding Delay

<sup>۹</sup> Real Time